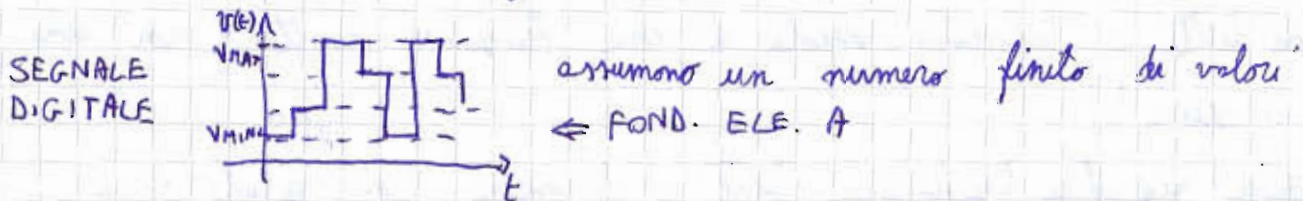
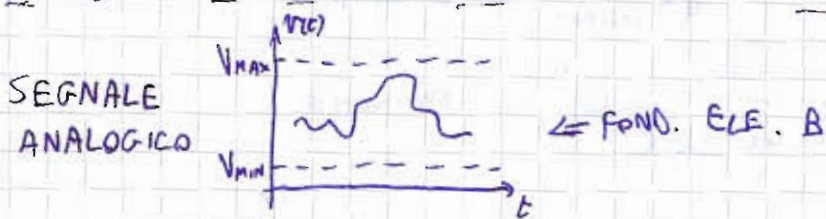


Modulo B → lezioni finiscono a fine Novembre

6 ore a settimana.

Prof. Roberto Menozzi e Andrea Boni

Esame: scritto + orale nello stesso appello



ELETTRONICA ANALOGICA LINEARE → questo corso

SISTEMA LINEARE → deve soddisfare due condizioni:



$$1) x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow K \cdot x(t) \rightarrow K \cdot y(t)$$

$$2) \begin{matrix} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{matrix} \Rightarrow x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \text{ conserva l'operatore somma}$$

SISTEMA NON DISTORCENTE: ad esempio amplificatore lineare

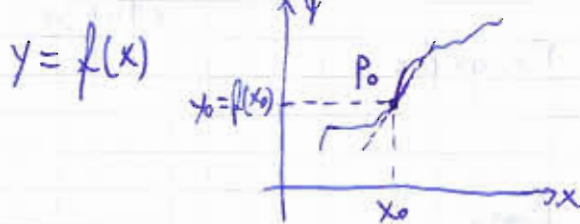
$$y(t) = K \cdot x(t - t_0)$$

L'uscita ha la stessa forma dell'ingresso amplificata e traslata. È un sistema lineare.

Nella realtà, la linearità perfetta non esiste, è un'astrazione. Già la legge di Ohm $V = R \cdot I$ che sembra lineare, in realtà nella resistenza si dissipa potenza, si riscalda, cambia la conducibilità.

determinate condizioni, possiamo considerare ideali certi circuiti.

LINEARIZZAZIONE → operazione che ci permette di avere e che fare con sistemi considerati lineari.



In P_0 posso confondere la funzione con la sua tangente in quel punto.

Sviluppo di Taylor: $y = f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0} \cdot (x-x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dx^2} \Big|_{x=x_0} (x-x_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x=x_0} (x-x_0)^n$ POLINOMIO

Se prendo tutti i termini, questa è una funzione esatta, non una approssimazione!

Linearizzare significa tralasciare tutti i termini con grado ≥ 2 .

La funzione linearizzata nell'intorno di $P_0 \equiv (x_0, y_0)$ è

$$y = f(x) \approx \underbrace{f(x_0)}_{y_0} + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0} (x-x_0) \quad \text{RETTA} \rightarrow \text{approssimazione}$$

$$y - y_0 = \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0} \cdot (x-x_0) \quad \begin{array}{l} y = y - y_0 \\ x = x - x_0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{variazioni } \sigma \\ \text{piccoli segnali} \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0} \cdot x} \quad \begin{array}{l} \text{MODELLO} \\ \text{LINEARIZZATO} \\ \text{DEL MODELLO} \\ \text{DI PARTENZA} \end{array}$$

L'errore è tanto più grande quanto è grande $(x-x_0)$. Il termine più grande dell'errore è la derivata seconda, ovvero la concavità.

L'errore dipende da:

- il punto che stiamo linearizzando x_0
- la dimensione dell'intorno.

$$y = f(x_1, x_2), \quad P_0 = (y_0; x_{10}, x_{20})$$

$$y = f(x_1, x_2) \approx f(x_{10}, x_{20}) + \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_{P_0} (x_1 - x_{10}) + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_{P_0} (x_2 - x_{20})$$

Esercizio n° 4 del 04/03/2007



$$I(V) = a \cdot V + b \cdot V^2 + c \cdot \frac{dV}{dt} \quad V_0 = 1V$$

1) linearizzare in V_0

BIPOLO NON LINEARE

2) calcolare lo sfasamento di $i(t) = i_m \cdot \cos(2\pi f_0 t)$



$$f_0 = 1 \text{ GHz}$$

1) $\frac{dV}{dt}$ è già lineare perché la derivata è un operatore lineare

$$a = 0,08 \text{ S}$$

$$b = 0,03 \text{ S/V}$$

Considero I funzione anche della derivata $\dot{V} = \frac{dV}{dt}$

$$c = 10 \text{ pF}$$

$$I(V, \dot{V}) = a \cdot V + b \cdot V^2 + c \dot{V}$$

$$I(V, \dot{V}) \approx I(V_0, \dot{V}_0) + \left. \frac{\partial I(V, \dot{V})}{\partial V} \right|_{V_0} (V - V_0) + \left. \frac{\partial I(V, \dot{V})}{\partial \dot{V}} \right|_{V_0} (\dot{V} - \dot{V}_0)$$

$$I(V, \dot{V}) - I(V_0, \dot{V}_0) = i \text{ piccolo segnale}$$

$$i = \left. \frac{\partial I}{\partial V} \right|_{V_0} v + \left. \frac{\partial I}{\partial \dot{V}} \right|_{V_0} \dot{v} \rightarrow \frac{\partial I}{\partial V} = a + 2bV \Big|_{V_0} = 0,08 + 2 \cdot 0,06 \cdot 1 = 0,14 \text{ S} = G$$

$$\frac{\partial I}{\partial \dot{V}} = c = 10 \text{ pF}$$

$$i = G \cdot v + C \cdot \frac{dv}{dt} \text{ equazione linearizzata}$$

$$i = \mathcal{L}\{i(t)\} \text{ trasformata di}$$

$$v = \mathcal{L}\{v(t)\} \text{ Laplace}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dv}{dt}\right\} = s \cdot \tilde{v}$$



$$\tilde{i} = G \cdot \tilde{v} + C \cdot s \cdot \tilde{v} = \tilde{v} (G + C \cdot s)$$

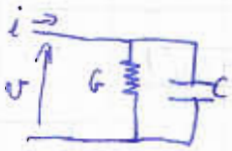
$$H(s) = \frac{\tilde{v}}{\tilde{i}} = \frac{1}{G + C \cdot s}$$

La funzione di trasferimento si applica al modello linearizzato

$$H(j\omega) = \frac{1}{a + j\omega c} = \frac{1}{c \cdot j 2\pi f_0}$$

$$\text{sfasamento} = \phi = \arg \left(H(j2\pi f_0) \right) = \frac{\text{numeratore}}{\text{denominatore}} \arctg \frac{2\pi f_0 C}{G} = -\arctg \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^9 \cdot 10^{-11}}{0,14} = -24^\circ$$

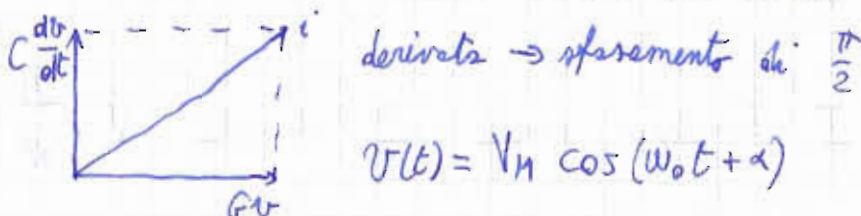
$$i = i_m \cos \omega_0 t = G v + C \frac{dv}{dt} \quad \text{Risolvo nel dominio del tempo} \quad 30/9/2009$$



• EQUAZIONE OMOGENEA: $Gv + C \frac{dv}{dt} = 0$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{G}{C} v \Rightarrow v(t) = A e^{-\frac{G}{C}t} = v(0) \cdot e^{-\frac{G}{C}t}$$

• SOLUZIONE PARTICOLARE \rightarrow deve essere sinusoidale



$$v(t) = V_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$i_m = \sqrt{\underbrace{(V_m \cdot G)^2}_{\text{modulo } Gv} + \underbrace{(V_m \omega_0 C)^2}_{\text{modulo } C \frac{dv}{dt}}} = V_m \sqrt{G^2 + \omega_0^2 C^2} \rightarrow V_m = \frac{i_m}{\sqrt{G^2 + \omega_0^2 C^2}}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\omega_0 C}{G}\right)$$

$$\left[v(t) = v(0) e^{-\frac{G}{C}t} + V_m \cos(\omega_0 t + \alpha) \text{ con } \right. \\ \left. V_m = \frac{i_m}{\sqrt{G^2 + \omega_0^2 C^2}} \text{ e } \alpha = \arctan\left(\frac{\omega_0 C}{G}\right) \right]$$

Ora provo a rifare i calcoli usando la Trasformata di Laplace

$$i = Gv + C \frac{dv}{dt} \rightarrow \tilde{i} = G\tilde{v} + C[s\tilde{v} - v(0)] = (G + sC)\tilde{v} - Cv(0)$$

$$\tilde{v} = \frac{\tilde{i}}{G + sC} + \frac{Cv(0)}{G + sC} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}(\tilde{v}) = v(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\tilde{i}}{G + sC}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{Cv(0)}{\frac{G}{C} + s}\right)$$

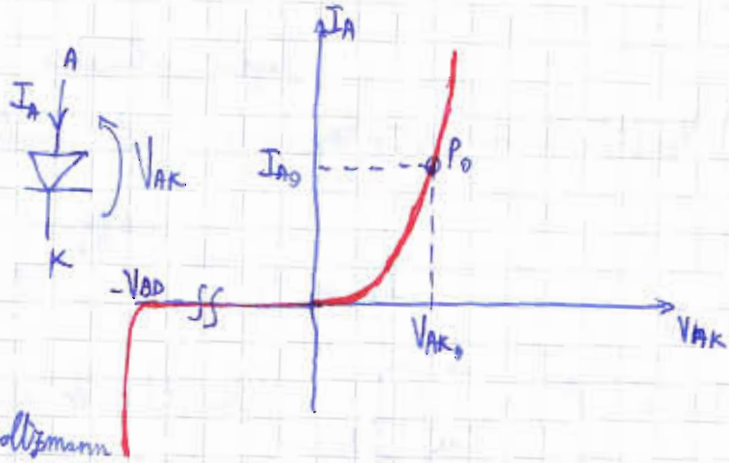
$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{Cv(0)}{\frac{G}{C} + s}\right) = v(0) \cdot e^{-\frac{G}{C}t}$$

\Rightarrow transients

Ma a noi interessa la situazione a regime, altrimenti non potremmo considerare lineare il sistema.

MODELLI ALLE VARIAZIONI DEI DISPOSITIVI ATTIVI

• DIODO p-n



$$I_A = I_s \left(e^{\frac{V_{AK}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$V_T = \frac{KT}{q} \quad \begin{array}{l} K \rightarrow \text{costante di Boltzmann} \\ q \rightarrow \text{carica elementare} \end{array}$$

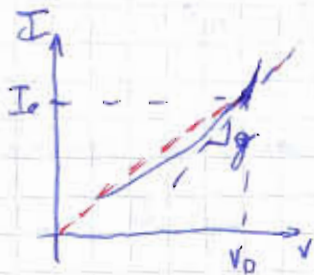
Voglio linearizzare le caratteristiche intorno al punto di riposo P_0 .

$$I_A \approx I_{A0} + \left. \frac{dI_A}{dV_{AK}} \right|_{P_0} (V_{AK} - V_{AK0})$$

$$i_A = \left. \frac{dI_A}{dV_{AK}} \right|_{P_0} v_{AK} = g_D \cdot v_{AK}$$

$g_D \rightarrow$ conduttanza differenziale del diodo nel punto P_0 . Lega le variazioni

$g_D \rightarrow$ pendenza tangente in P_0



mentre $\frac{I_0}{V_0}$ è la pendenza della bisettrice. Ecco perché "differenziale"

$$\frac{dI_A}{dV_{AK}} = \frac{I_s}{V_T} e^{\frac{V_{AK}}{V_T}}$$

Se $e^{\frac{V_{AK}}{V_T}} \gg 1$, cioè $V_{AK} \gg V_T$ (quasi sempre), allora

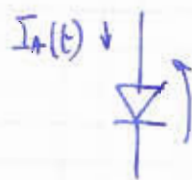
$$I_A \approx I_s e^{\frac{V_{AK}}{V_T}} \Rightarrow \frac{dI_A}{dV_{AK}} \approx \frac{I_A}{V_T} \Rightarrow \boxed{g_D = \frac{I_{A0}}{V_T}} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{corrente nel punto di riposo} \\ \leftarrow \text{tensione termica} \end{array}$$



REALE

MODELLO ASTRATTO ALLE VARIAZIONI

Esempio:



Voglio studiare il comportamento di questo

$$V_{AK}(t) = V_n \sin(\omega t) + V_{AK0} \text{ diodo nel punto } P_0 (V_{AK0}, I_{A0})$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$V_{AK0} = 650 \text{ mV}$$

$$I_S = 100 \text{ fA} = 10^{-13} \text{ A}$$

$$V_T = 25,8 \text{ mV}$$



$$I_{A0} = 10^{-13} \left(e^{\frac{650}{25,8}} - 1 \right) = 8,74 \text{ mA}$$

$$V_{AK}(t) = V_n \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow i_A(t) = g_D \cdot V_m \sin(\omega t)$$

$$i_A(t) = i_m \sin(\omega t)$$

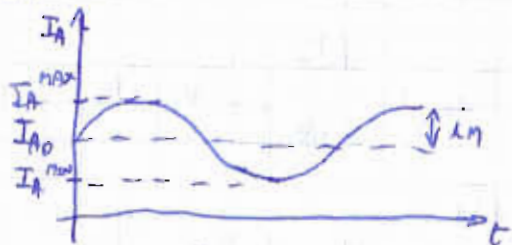
$$g_D = \frac{I_{A0}}{V_T} = \frac{8,74 \text{ mA}}{25,8 \text{ mV}} =$$

$$= 0,3385$$

$$1) V_n = 20 \text{ mV} \Rightarrow i_m = g_D \cdot V_m = 0,338 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6,76 \text{ mA}$$

$$I_A^{\text{MIN}} = I_{A0} - i_m = 8,74 - 6,76 = 1,98 \text{ mA}$$

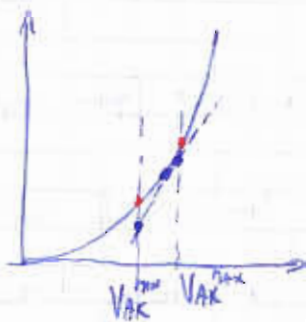
$$I_A^{\text{MAX}} = I_{A0} + i_m = 8,74 + 6,76 = 15,5 \text{ mA}$$



$$V_{AK}^{\text{MAX}} = V_{AK0} + V_m = 650 + 20 = 670 \text{ mV} \rightarrow I_A^{\text{MAX}} = 10^{-13} e^{\frac{670}{25,8}} = 18 \text{ mA}$$

$$V_{AK}^{\text{MIN}} = V_{AK0} - V_m = 650 - 20 = 630 \text{ mV} \rightarrow I_A^{\text{MIN}} = 10^{-13} e^{\frac{630}{25,8}} = 4,92 \text{ mA}$$

Gli errori sono considerevoli! Il segnale applicato non è un piccolo segnale. Possiamo approssimare una funzione non lineare con la sua tangente!



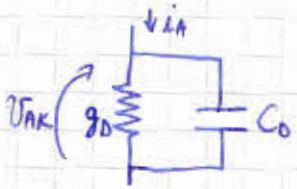
$$2) V_m = 10 \text{ mV} \Rightarrow i_m = g_D \cdot V_m = 3,38 \text{ mA} \Rightarrow I_{A\text{MIN}} = 5,36 \text{ mA} \quad I_{A\text{MAX}} = 12,12 \text{ mA} \quad \text{MODELLO}$$

$$V_{AK\text{MIN}} = 640 \text{ mV} \quad V_{AK\text{MAX}} = 660 \text{ mV} \Rightarrow I_{A\text{MIN}} = 10^{-13} e^{\frac{640}{25,8}} = 5,93 \text{ mA} \quad I_{A\text{MAX}} = 12,8 \text{ mA} \quad \text{REALE}$$

L'errore si è ridotto!

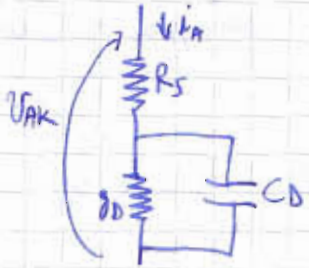
Questo è un modello statico, che va bene per segnali a bassa frequenza. Cosa succede se consideriamo anche effetti dinamici?

EFFETTI DINAMICI ✓ REATTIVI

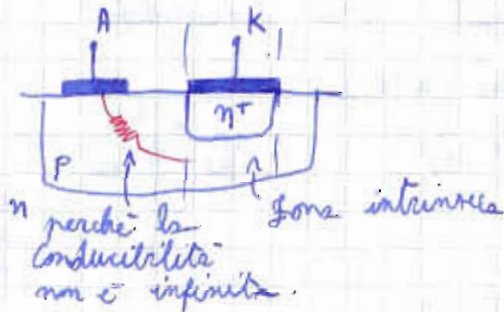


$$C_D = \frac{dQ}{dV_{AK}} \Big|_{P_0}$$

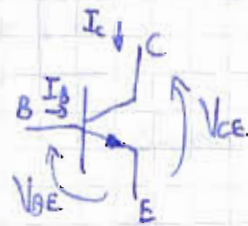
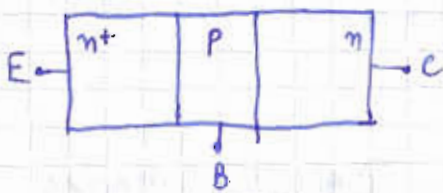
EFFETTI PARASSITI



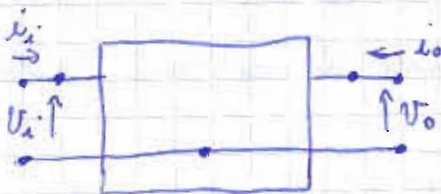
La resistenza rappresenta il contributo di effetti parassiti che vanno dalla zona esterna del diodo (contatti) alla zona intrinseca.



• BJT mpn



Rappresento il dispositivo come 2 PORTE

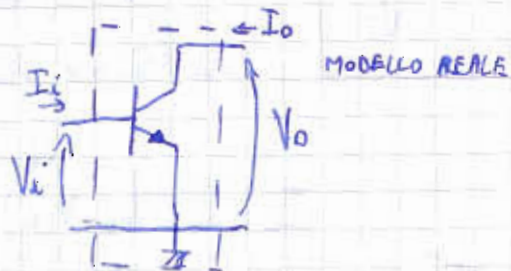


Uno dei 3 è il riferimento. Ci sono quindi 3 modelli.

BJT mpn a emettitore comune

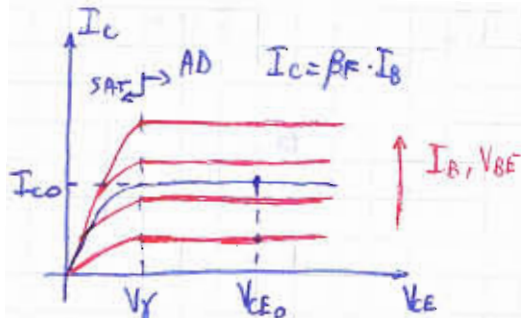
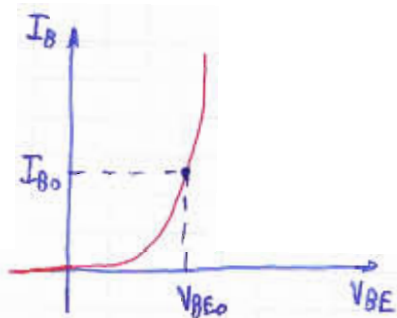


MODELLO A PICCOLI SEGNALI



$$V_i = V_{BE} \quad V_o = V_{CE}$$

$$I_i = I_B \quad I_o = I_C$$



Devo scegliere un punto di riposo in cui il dispositivo sia più vicino possibile a un comportamento lineare.

In zona A.D. c'è una dipendenza quasi lineare tra I_B e I_C : $I_C = \beta_F \cdot I_B$

Scelgo $P_0 (V_{BE0}, I_{B0})$ da linearizzare

CARATTERISTICA DI INGRESSO

$$I_B = I_{B0} (e^{V_{BE}/V_T} - 1)$$



$$r_{BE} = \frac{V_T}{I_{B0}}$$

RESISTENZA DIFFERENZIALE BASE-EMITTORE

come nel diodo

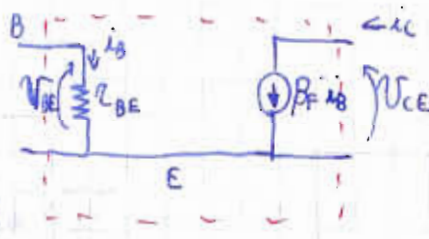
CARATTERISTICA DI USCITA

$$I_C = \beta_F I_B$$

→
quasi lineare

$$i_c = \beta_F \cdot i_b$$

↓
generatore di corrente pilotato in corrente



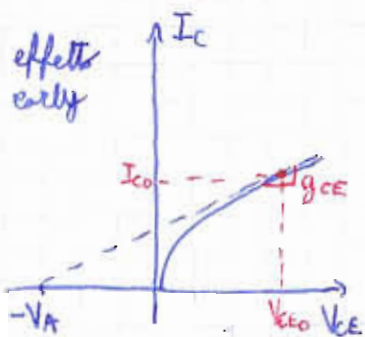
$$i_b = \frac{V_{BE}}{r_{BE}} \Rightarrow i_c = \beta_F \cdot \frac{V_{BE}}{r_{BE}} = g_m \cdot V_{BE} \quad \text{dove } g_m = \text{TRANSCONDUITANZA}$$

Legge la variazione della corrente di uscita i_c alla tensione d'ingresso.

Quindi $\beta_F i_b$ posso vederlo come un generatore di corrente pilotato in tensione $g_m V_{BE}$.

$$g_m = \frac{\beta_F I_{B0}}{V_T} = \frac{I_{C0}}{V_T}$$

Il modello dice che la variazione della corrente di uscita dipende solo da V_{BE} e non da V_{CE} .
 \Rightarrow stiamo trascurando l'effetto early.



$$I_C = I_C(V_{BE}, V_{CE}) \Rightarrow i_c = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_{P_0} V_{BE} + \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_{P_0} V_{CE}$$

g_m TRANSCONDUITANZA

$g_{CE} = \frac{1}{r_{CE}}$ CONDUITANZA

$$g_{CE} = \frac{I_{C0}}{V_{CE0} + V_A}$$

Solitamente $V_A \gg V_{CE0} \Rightarrow \begin{cases} g_{CE} \approx \frac{I_{C0}}{V_A} \\ r_{CE} \approx \frac{V_A}{I_{C0}} \end{cases} \quad g_{CE} \ll g_m$

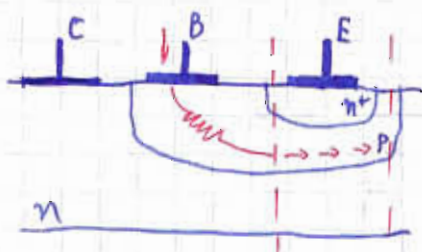
$$\frac{r_{CE}}{r_{BE}} = \frac{V_A / I_{C0}}{V_T / I_{B0}} = \frac{I_{B0}}{I_{C0}} \cdot \frac{V_A}{V_T} = \frac{1}{\beta_F} \cdot \frac{V_A}{V_T} \approx 2.5 \gg 1$$

$V_A \approx \text{qualche decina di V}$

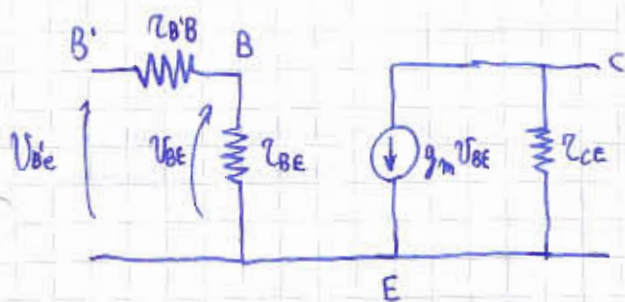


MODELLO COMPLETO \rightarrow considera anche l'effetto Early

MODELLO ALLE VARIAZIONI DEL BJT npn A EMETTITORE COMUNE 2/10/09



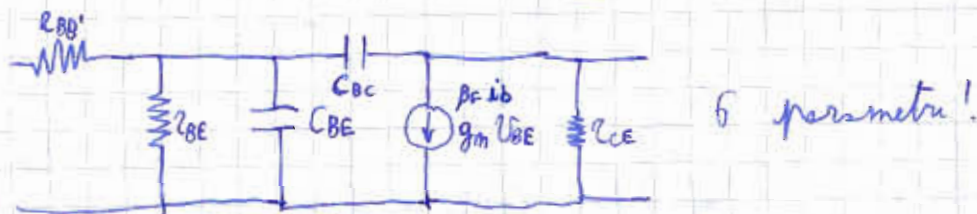
Di solito ~~non~~ si trascura, ma se la vogliamo considerare il circuito sarà:



La differenza tra V_{BE} e V_{BE}' è dovuta alla caduta su r_{BB} ed è potenza persa.

DISPOSITIVO UNILATERALE \rightarrow l'uscita non influenza l'ingresso

Se vogliamo descrivere il comportamento dinamico in frequenza:

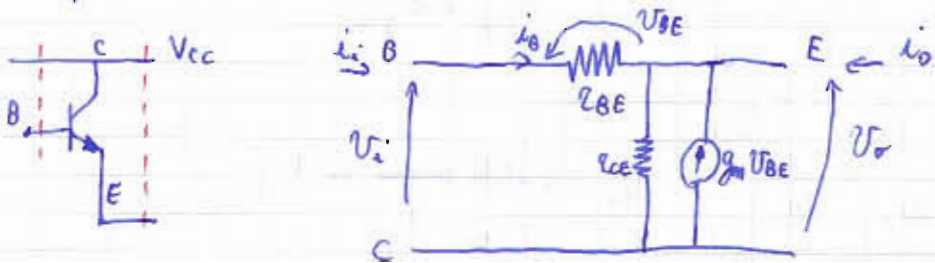


$C_{BE} \rightarrow$ capacità di diffusione tra base e emettitore
 $C_{BC} \rightarrow$ capacità di spostamento tra base e collettore

In A.D. $C_{BE} \gg C_{BC}$, ma non trascurabile!

DISPOSITIVO BIDIREZIONALE \rightarrow anche l'uscita, attraverso la C_{BC} , influenza l'ingresso

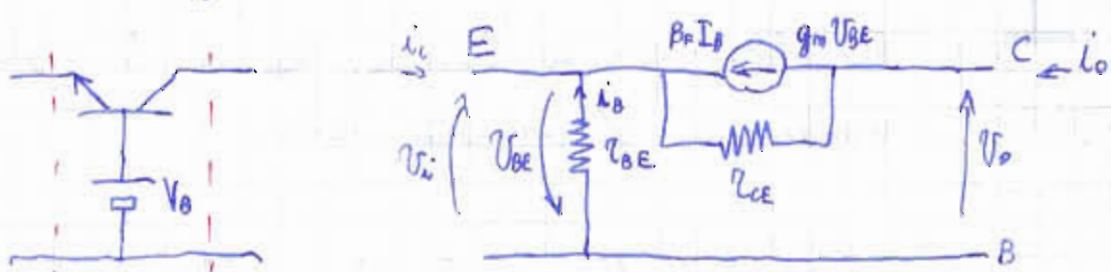
BJT npn a COLLETTORE COMUNE



Tutti i nodi a potenziale costante (V_{cc}) nel modello alle variazioni vengono trasformati in un generatore di corrente nulla, cioè un corto circuito verso massa; invece i nodi a corrente costante diventeranno circuiti aperti.

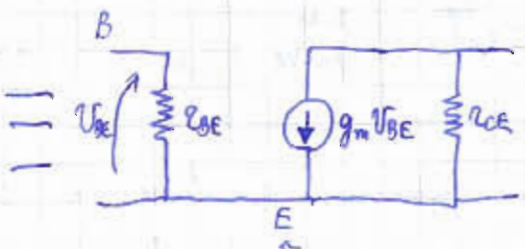
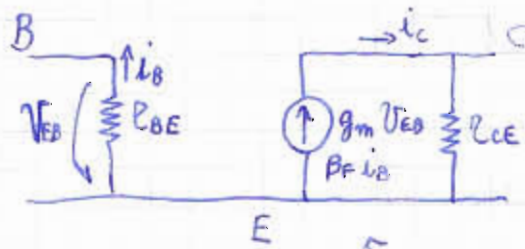
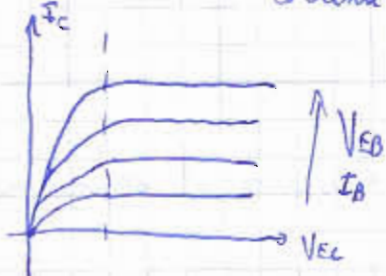
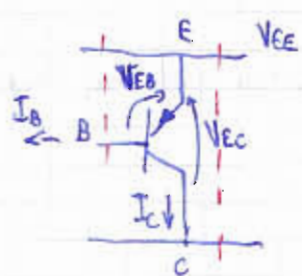
BJT npn a BASE COMUNE

Il suo ingresso sul collettore perché è la V_{CE} che controlla l'accensione del BJT e $V_B = \text{cost}$.



TRANSISTORE

BJT pnp a EMETTITORE COMUNE → cambiano versi di correnti e tensioni



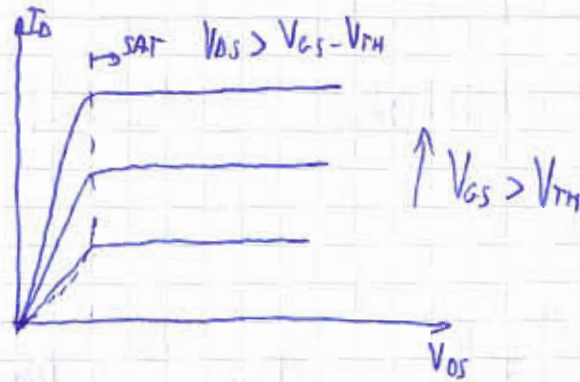
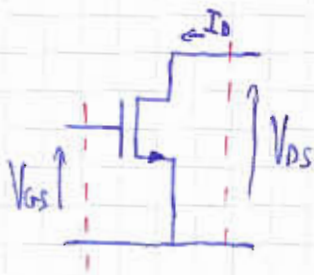
uguale alla npn

Più vicino alla realtà

Tensioni e correnti diverse dal grande segnale

MODELLO ALLE VARIAZIONI DEL TRANSISTORE MOS

- n-channel a source comune



$$I_D = \frac{1}{2} \frac{W}{L} \mu_n C_{ox} [V_{GS} - V_{TH}]^2 [1 + \lambda V_{DS}] = I_D(V_{GS}, V_{DS})$$

$$i_D = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \right|_{P_0} v_{GS} + \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right|_{P_0} v_{DS} = g_m v_{GS} + g_{os} v_{DS}$$

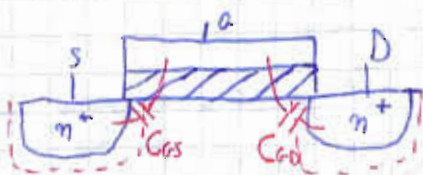


$$\frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = \frac{W}{L} \mu_n C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})(1 + \lambda V_{DS}) = \frac{2 I_D}{V_{GS} - V_{TH}} \approx \sqrt{2 \mu_n C_{ox} I_D \frac{W}{L}}$$

$$g_m = \frac{2 I_{D0}}{V_{GS0} - V_{TH}} \approx \sqrt{2 \mu_n C_{ox} I_{D0} \frac{W}{L}}$$

$$\frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} = \frac{1}{2} \frac{W}{L} \mu_n C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})^2 \cdot \lambda \approx \lambda I_D \Rightarrow g_{os} = \lambda I_{D0} = \frac{1}{r_{os}}$$

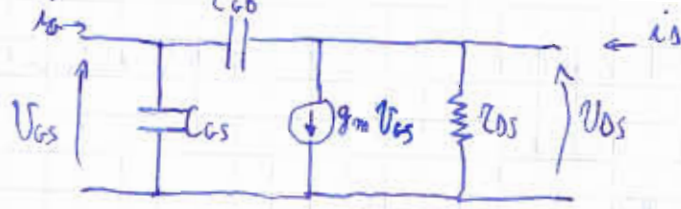
COMPORTAMENTO IN FREQUENZA



C_{GS} e C_{GD} non sono uguali. Il funzionamento non è simmetrico in quanto il potenziale di

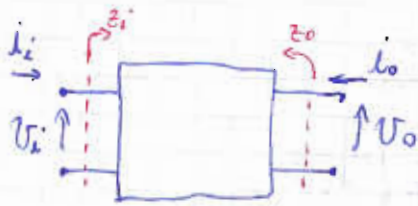
DRAIN è maggiore \rightarrow diversa polarizzazione

$C_{GD} \ll C_{GS}$
 ↓
 non trascurabile



AMPLIFICATORI LINEARI

• FUNZIONI DI RETE



$$A_v = \frac{V_o}{V_i} \quad \begin{array}{l} \text{dipende del carico connesso} \\ \text{in uscita, cosi' come } A_i = \frac{i_o}{i_i} \end{array}$$

$$A_v^{CA} = \frac{V_o}{V_i} \quad \left. \begin{array}{l} \text{GUADAGNO DI TENSIONE A CIRCUITO APERTO} \\ i_o = 0 \rightarrow \text{condizione di guadagno massimo} \end{array} \right\}$$

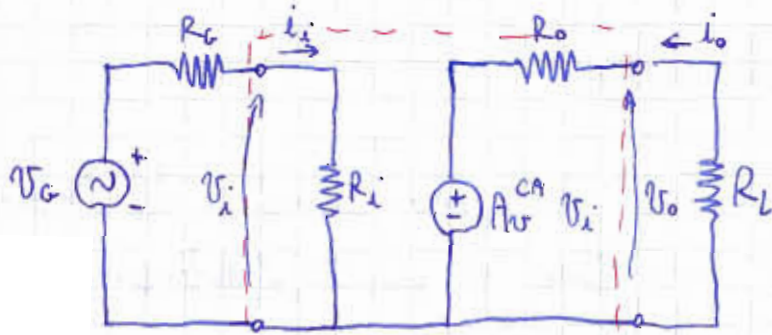
$$A_i^{CC} = \frac{i_o}{i_i} \quad \left. \begin{array}{l} \text{GUADAGNO DI CORRENTE IN CORTO CIRCUITO} \\ v_o = 0 \rightarrow \text{condizione di guadagno massimo (potenziale costante nella realta')} \end{array} \right\}$$

$$Z_i = \frac{V_i}{i_i} \quad \begin{array}{l} \text{IMPEDENZA DI INGRESSO} \rightarrow \text{le condizioni di carico sull'uscita} \\ \text{non influenzano l'ingresso (unidirezionale)} \end{array}$$

$$Z_o = \frac{V_o}{i_o} \quad \left. \begin{array}{l} \text{IMPEDENZA DI USCITA} \rightarrow \text{cortocircuito la porta d'ingresso} \\ v_i = 0 \text{ alle variazioni per poter misurare } Z_o \text{ applicando una corrente} \\ \text{e misurando la tensione.} \end{array} \right\}$$

06/10/2009

ESEMPIO DI AMPLIFICATORE DI TENSIONE (basse frequenze)



$$A_v^{CA} = \frac{V_o}{V_i} \quad \left. \begin{array}{l} i_o = 0 \rightarrow \text{nessuna caduta su } R_o \end{array} \right\}$$

$$Z_o = \frac{V_o}{i_o} \quad \left. \begin{array}{l} v_i = 0 \rightarrow A_v^{CA} V_i = 0 \end{array} \right\}$$

Amplificatore unilaterale

Nessuna influenza dell'uscita sull'ingresso. Calcolo il guadagno di tensione complessivo:

$$A_v = \frac{V_o}{V_G}$$

$$V_o = A_v^{CA} \cdot V_i \cdot \frac{R_L}{R_L + R_o}$$

$$V_i = V_G \cdot \frac{R_i}{R_G + R_i}$$

$$\Rightarrow A_v = \frac{A_v^{CA} \cdot R_i \cdot R_L}{(R_G + R_i) \cdot (R_L + R_o)} < A_v^{CA}$$

dipende anche dalle impedenze di ingresso e d'uscita.

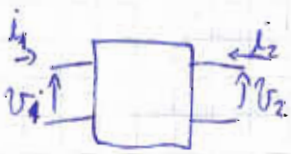
(Note: In the original image, R_i and R_L are circled in red, and $R_G + R_i$ and $R_L + R_o$ are also circled in red with arrows pointing to them and the text "< 1".)

L'impedenza di ingresso idealmente dovrebbe essere ∞ , mentre quella in uscita nulla, per garantire $V_o = A_v^{CA} \cdot V_i$.

$R_i \gg R_G$ e $R_o \ll R_L$ ← mi piacerebbe

Esercizio: costruire un amplificatore di corrente.

RAPPRESENTAZIONE MATRICIALE DEL 2 PORTE LINEARE



$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

MATRICE AMMETTENZA

$$\begin{cases} i_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ i_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

$$A_v^{CA} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{i_2=0} = - \frac{Y_{21}}{Y_{22}} \text{ dalla 2ª equazione (ricavo } \frac{V_2}{V_1} \text{)}$$

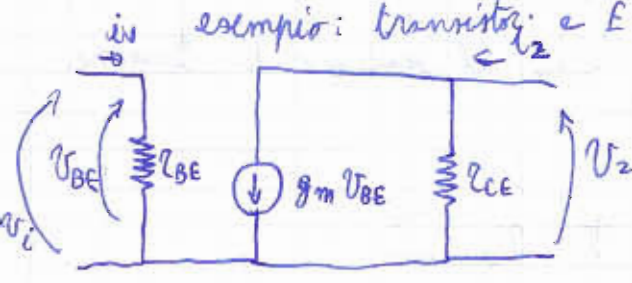
$$A_i^{CC} = \left. \frac{i_2}{i_1} \right|_{V_2=0} = \frac{Y_{21}}{Y_{11}} \text{ divido la seconda equazione per la prima}$$

$$Z_o = \left. \frac{V_2}{i_2} \right|_{V_1=0} = \frac{1}{Y_{22}}$$

$$(*) Z_i = \left. \frac{V_i}{i_i} \right|_{V_2=0} = \frac{1}{Y_{11}}$$

(*) non posso calcolarla come $\frac{V_i}{i_i}$ perché in generale l'amplificatore non è

esempio: transistor a E.C.



$[Y] = ?$

Vediamo come abbiamo definito la matrice ammettenza:

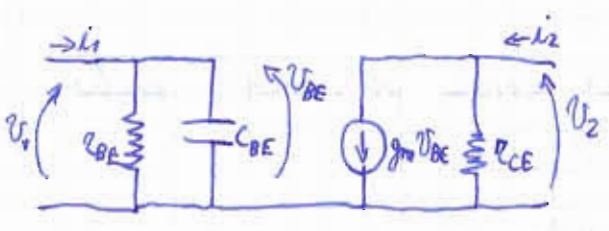
$$Y_{11} = \frac{i_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} = \frac{1}{Z_{BE}}$$

$$Y_{12} = \frac{i_1}{V_2} \Big|_{V_1=0} = 0$$

$$Y_{21} = \frac{i_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} = g_m$$

$$Y_{22} = \frac{i_2}{V_2} \Big|_{V_1=0} = \frac{1}{Z_{CE}}$$

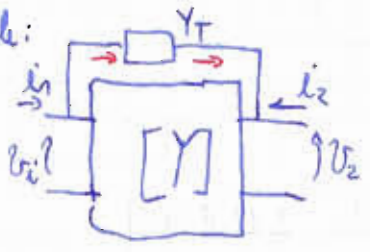
$$[Y] = \begin{bmatrix} 1/Z_{BE} & 0 \\ g_m & 1/Z_{CE} \end{bmatrix}$$



ammettenza complessa del condensatore

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{BE}} + sC_{BE} & 0 \\ g_m & \frac{1}{Z_{CE}} \end{bmatrix}$$

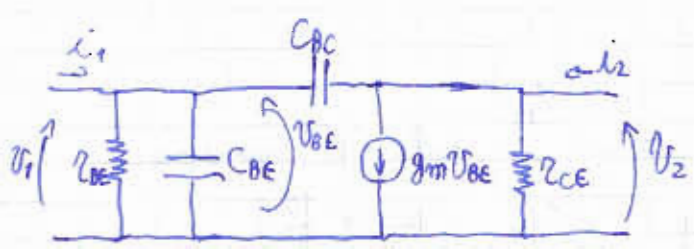
In generale:



$$\begin{cases} i_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + (V_1 - V_2) Y_T \\ i_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 - (V_1 - V_2) Y_T \end{cases}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_T & Y_{12} - Y_T \\ Y_{21} - Y_T & Y_{22} + Y_T \end{bmatrix}$$

aggiungo alla diagonale principale
sottraggo alla diagonale secondaria



$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{BE}} + s(C_{BE} + C_{BC}) & -sC_{BC} \\ g_m - sC_{BC} & \frac{1}{Z_{CE}} + sC_{BC} \end{bmatrix}$$

MATRICE IBRIDA DEL 2 PORTE

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

MATRICE H o IBRIDA

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} i_1 + h_{12} V_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

$$h_{21} = \frac{i_2}{i_1} \Big|_{V_2=0} = A_i^{cc}$$

Esercizio: ricavare matrice H del transistor a E.C.

$$A_i^{cc} = 120$$

$$Y_i = 0,018 + j0,01 \text{ S}$$

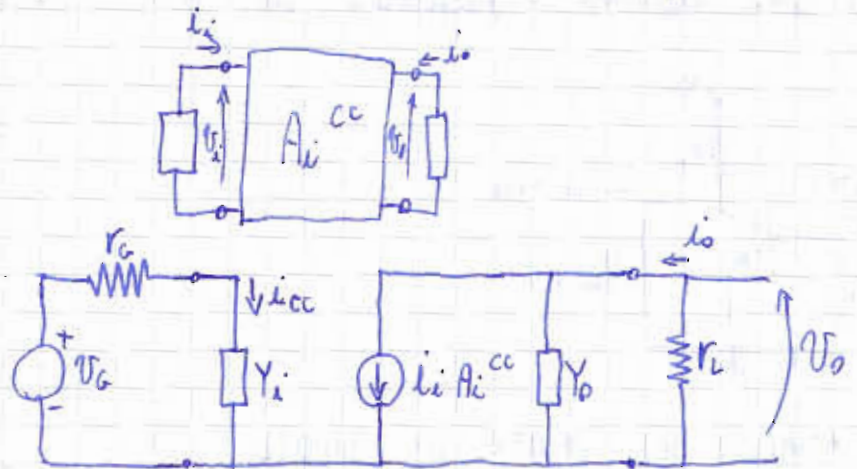
$$Y_o = 0,023 + j0,011 \text{ S}$$

$$r_G = 50 \Omega$$

$$r_L = 70 \Omega$$

$$\frac{V_o}{V_G} = ?$$

1) Costruisci il modello dell'amplificatore



2) Scrivo le equazioni alle maglie

$$\begin{cases} V_o = -r_L i_o \\ i_o = i_i \cdot A_i^{cc} + V_o \cdot Y_o \\ i_i = \frac{V_G}{r_G + \frac{1}{Y_i}} \end{cases} \quad V_o = -r_L \cdot \left[\frac{V_G}{r_G + \frac{1}{Y_i}} \cdot A_i^{cc} + V_o \cdot Y_o \right]$$

$$V_o = -r_L \cdot \frac{V_G}{r_G + \frac{1}{Y_i}} \cdot A_i^{cc} + r_L V_o Y_o$$

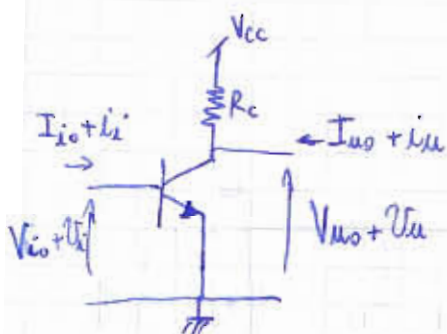
$$V_o (1 + r_L Y_o) = -r_L \cdot \frac{V_G}{r_G + \frac{1}{Y_i}} \cdot A_i^{cc} \quad \frac{V_o}{V_G} = - \frac{r_L}{r_G + \frac{1}{Y_i}} \cdot \frac{1}{1 + r_L Y_o} \cdot A_i^{cc}$$

$$\frac{V_o}{V_G} = - \frac{A_i^{cc} \cdot Y_i}{r_G \cdot Y_i + 1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_L} + Y_o} = \frac{-120(0,018 + j0,01)}{50(0,018 + j0,01) + 1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{70} + 0,023 + j0,011}$$

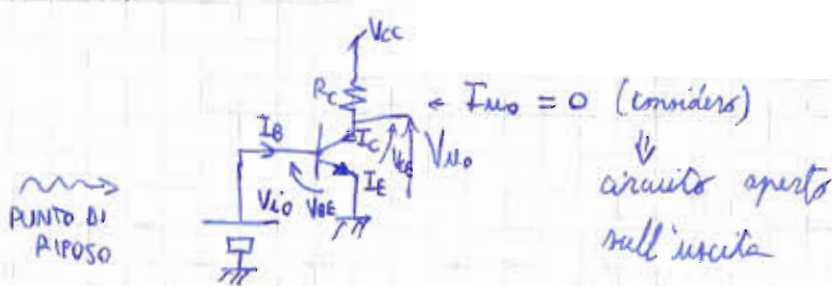
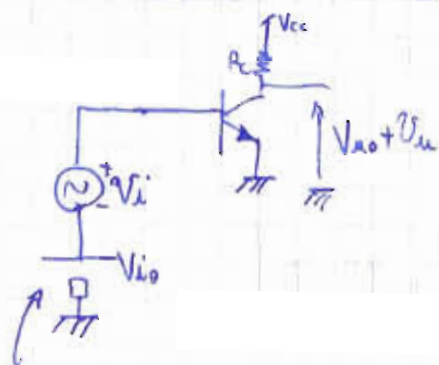
$$\left| \frac{V_o}{V_G} \right| = \frac{120 \cdot \sqrt{0,018^2 + 0,01^2}}{|1,9 + j0,5|} \cdot \frac{1}{|0,037 + j0,011|} = \frac{120 \cdot \sqrt{0,018^2 + 0,01^2}}{\sqrt{1,9^2 + 0,5^2} \cdot \sqrt{0,037^2 + 0,011^2}} = 32$$

AMPLIFICATORE A EMETTITORE COMUNE

Mostrare come elemento amplificatore un BJT a E.C.

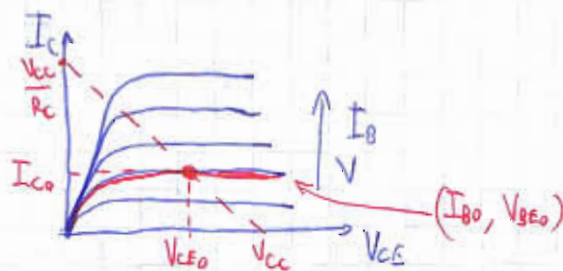
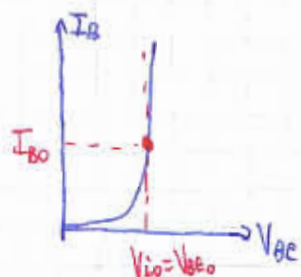


1) ANALISI DEL PUNTO DI RIPOSO



generatore di tensione costante

Risolvo per via grafica



$$\begin{cases} V_{BE} = V_{i0} \\ I_C = (V_{CC} - V_{CE}) \cdot \frac{1}{R_C} \end{cases}$$

RETTE DI CARICO → se le interseco con le caratteristiche del BJT, trovo il punto di riposo

Ho trovato un punto di riposo in Fors A.D. che mi va bene.

Modello semplice ma peggiore perché V_{i0} avrà un certo errore e quindi ha una retta verticale che si sposta a destra e a sinistra di una quantità non nulla, spostando il punto di riposo. Così come la curva del BJT può cambiare a seconda degli errori di fabbricazione e alla temperatura.

$I_B \approx I_{B_s} e^{V_{io}/V_T}$ (trascurio il -1) Calcolo la variazione di I_B rispetto a V_{io}

$$\delta I_B = \underbrace{I_{B_s} e^{V_{io}/V_T}}_{I_B} \cdot \frac{\delta V_{io}}{V_T} \quad \frac{\delta I_B}{I_B} = \frac{\delta V_{io}}{V_T}$$

ESEMPIO

$V_{io} = 700 \text{ mV}$

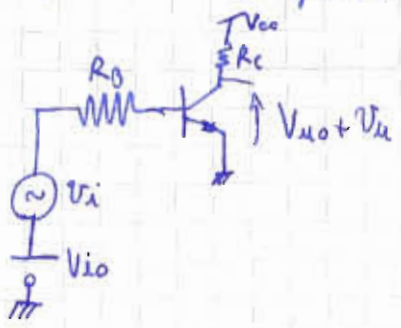
$\frac{\delta V_{io}}{V_{io}} = 1\% \Rightarrow \delta V_{io} = 7 \text{ mV}$

$\Rightarrow \frac{\delta I_B}{I_B} = \frac{7 \text{ mV}}{26 \text{ mV}} \approx 27\% !!!$

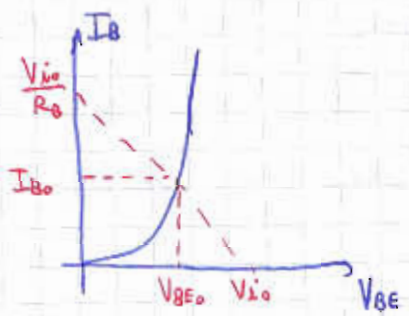
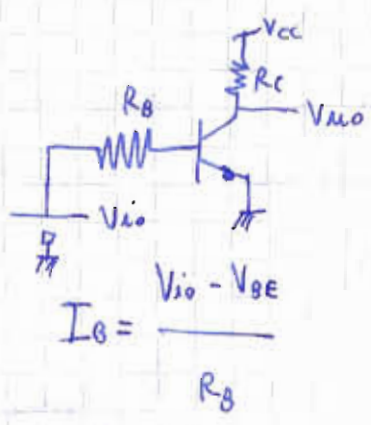
$V_T = 26 \text{ mV}$

7/10/2009

Introduco quindi una resistenza in serie per ottenere una caratteristica con una certa pendenza.



PUNTO DI RIPOSO



$V_{BE} = V_{io} - R_0 I_B$
 $I_B \approx I_{B_s} e^{\frac{V_{io} - R_0 I_B}{V_T}}$ trascurio -1

$$\delta I_B = I_B \cdot \frac{1}{V_T} (\delta V_{io} - R_0 \delta I_B) \quad \delta I_B \left(1 + \frac{R_0 I_B}{V_T}\right) = \frac{I_B \delta V_{io}}{V_T}$$

errore relativo

$$\frac{\delta I_B}{I_B} = \frac{\delta V_{io}}{V_T \cdot \left(1 + \frac{R_0 I_B}{V_T}\right)}$$

Devo fare molto grande la caduta $R_0 I_B$

ESEMPIO

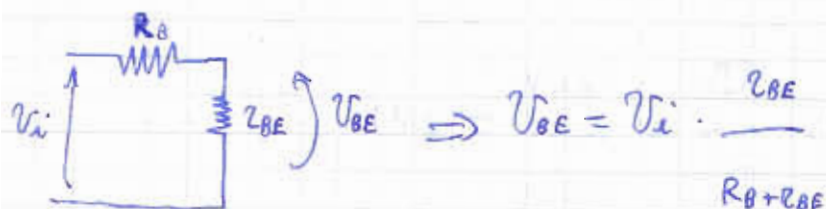
$\delta V_{io} = 7 \text{ mV}$

$\frac{\delta I_B}{I_B} = 1\%$

$$1 + \frac{R_0 I_B}{V_T} = \frac{\delta V_{io}}{V_T \cdot \frac{\delta I_B}{I_B}} \Rightarrow R_0 I_B = V_T \left(\frac{\delta V_{io}}{V_T \cdot \frac{\delta I_B}{I_B}} - 1 \right) =$$

$$= \frac{7 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} - 26 \cdot 10^{-3} = 674 \text{ mV} \quad \text{con questa caduta su } R_B \text{ ho l'errore continuo nell'1\%.$$

Il problema (gravissimo!) è che la V_{BE} non è più uguale a V_i ma deve tenere in considerazione la caduta

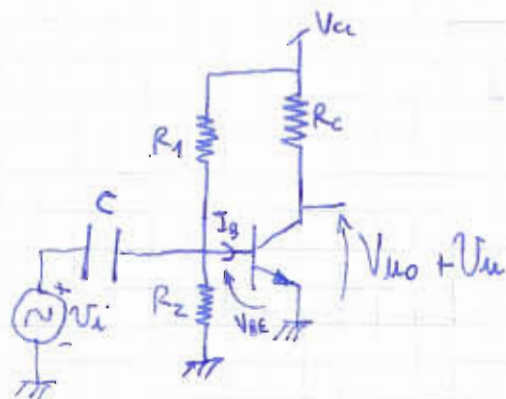


Esempio: $I_{B0} = 10 \mu\text{A}$; $R_B I_{B0} = 674 \text{ mV} \Rightarrow R_B = \frac{674 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}} = 67,4 \text{ k}\Omega$

$$Z_{BE} = \frac{V_T}{I_{B0}} = \frac{26 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}} = 2,6 \text{ k}\Omega \approx \frac{1}{25} R_B$$

Del segnale di ingresso, $\frac{24}{25}$ cadono su R_B e vengono dispersi e solo $\frac{1}{25}$ viene effettivamente amplificato e portato in uscita.

La soluzione che usiamo è:

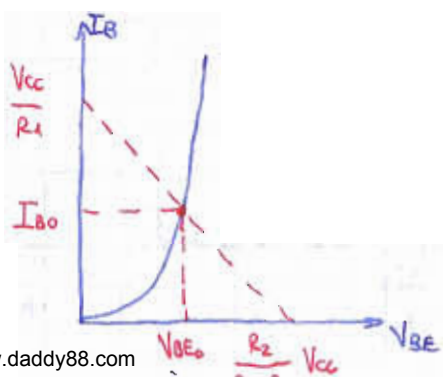


Il segnale dove lo applico? Non posso mettere un generatore perché V_i è a valore medio nullo, quindi applicherò una $V_{BE} = 0$ e non mi va bene.

Separo la componente continua da quella alternata

con un CONDENSATORE.

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_1} - \frac{V_{BE}}{R_2} = \frac{V_{CC}}{R_1} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_{BE} = \frac{V_{CC}}{R_1} - \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} V_{BE}$$



Supponiamo di voler progettare il circuito in modo che il punto di riposo sia V_{BE0}, I_{B0} . Devo trovare i valori di R_1 e R_2 . Ho un vincolo (passaggio per un punto) e due gradi di libertà (R_1 e R_2).

Lo svantaggio di scegliere resistenze piccole è che la I_B sarà più grande e quindi avrà più potenza dissipata.

Se I_{B0} deve essere dell'ordine dei μA , anche le correnti che scorrono su R_1 e R_2 dovranno essere di quell'ordine di grandezza.

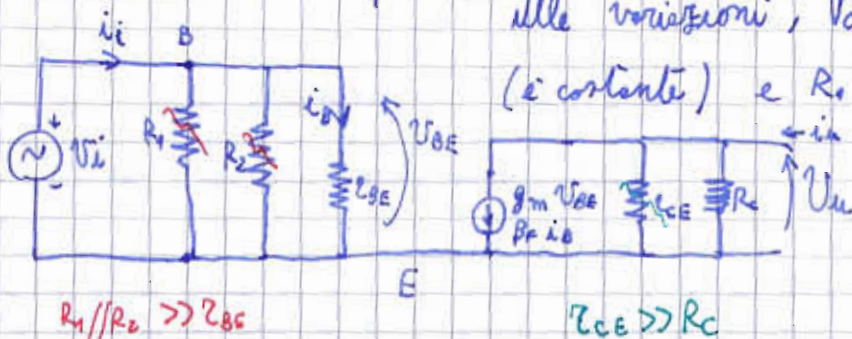
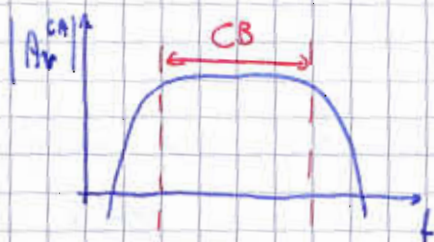
$$P_B = V_{CC} \cdot \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_1} \approx V_{CC} \cdot \frac{V_{CC} - V_B}{R_1} \quad \text{che dimostra che è meglio } R_1 \text{ grande}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{BE}}{R_2} = \frac{V_B}{R_2} \Rightarrow P_2 = \frac{V_B^2}{R_2} \quad \text{tutta potenza sprecata perché ma } R_2 \text{ non vorrei nemmeno corrente}$$

Inoltre β è causa di dispersioni visto che nelle realtà varia tra un range assegnato.

ANALISI ALLE VARIAZIONI IN CENTRO BANDA

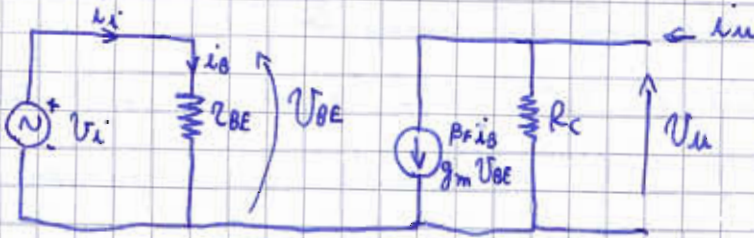
Ci mettiamo in quella banda di frequenze in cui non sono trascurabili gli effetti reattivi, comprese le capacità parassite del transistor C_{bc} e C_{ce} (circuiti aperti) e C (corto circuito).



Ignora la resistenza interna del generatore (suppongo piccola)

alle variazioni, V_{CC} è come se fosse massa (è costante) e R_1 e R_2 sono in parallelo

R_1 e R_2 sono molto più grandi di r_{oe} , per cui facendo il parallelo le posso trascurare perché comunque il parallelo si aggira intorno a r_{oe} .
 Tipicamente, R_c varia tra qualche centinaio di ohm e qualche k Ω . La r_{oe} varia tra qualche decina e qualche centinaio di k Ω . Trascuro r_{oe} rispetto alla R_c .



Calcolo le funzioni di rete di questo circuito semplificato

$$A_v^{ca} = \left. \frac{v_u}{v_i} \right|_{i_{in}=0} = -g_m R_c$$

$$i_{in}=0 \Rightarrow v_u = -g_m v_{BE} R_c$$

$$v_{BE} = v_i \Rightarrow v_u = -g_m v_i R_c$$

AMPLIFICATORE INVERTENTE \rightarrow sfasamento di π

$$g_m = \frac{I_{C0}}{V_T} \Rightarrow A_v^{ca} = - \frac{R_c I_{C0}}{V_T} \leftarrow \text{caduta di potenziale a riposo su } R_c$$

Limite teorico del guadagno attorno al centesimo.

$$A_i^{ca} = \left. \frac{i_{in}}{i_i} \right|_{v_u=0} = \beta_F$$

$$v_u=0 \Rightarrow i_{in} = \beta_F i_{i0} ; i_{i0} = i_i$$

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{v_{BE}}{i_{i0}} = r_{BE}$$

$$r_{BE} = \frac{V_T}{I_{B0}} \text{ qualche k}\Omega, \text{ poco soddisfacente}$$

(vorrei valore molto grande)

$$R_u = \left. \frac{v_u}{i_{in}} \right|_{v_i=0} = R_c$$

$$= R_c // r_{oe} \text{ in generale}$$

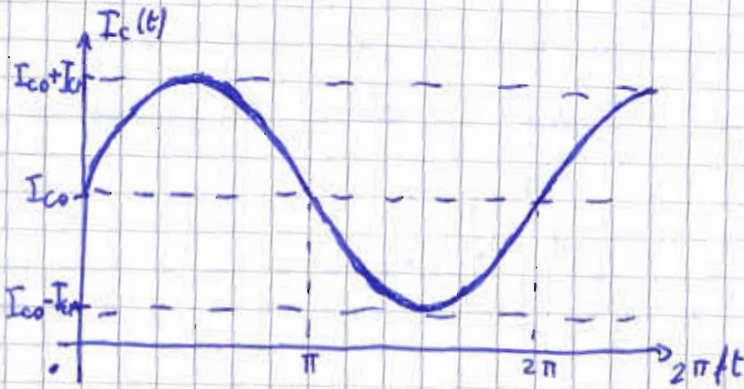
Non è molto buona, quindi non funziona molto bene.

Considero il circuito completo.

$$V_i = V_{in} \sin 2\pi f t$$

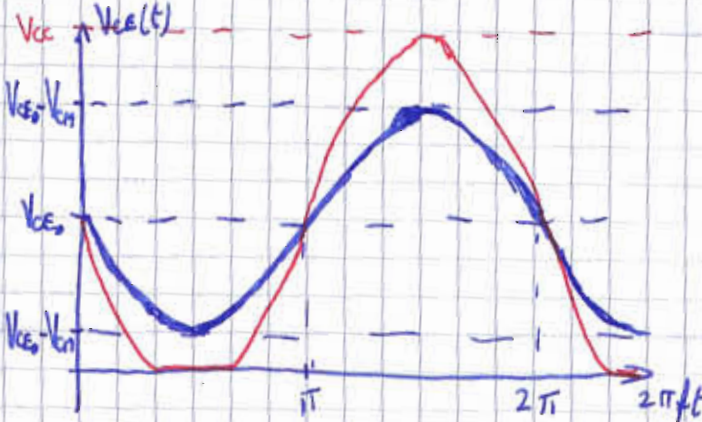
$$I_c(t) = I_{c0} + I_{cn} \sin 2\pi f t$$

$$V_{ce}(t) = V_{ce0} - V_{cn} \sin 2\pi f t$$



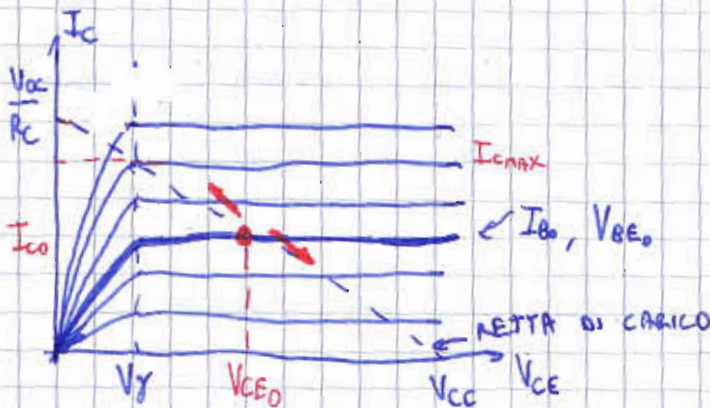
La corrente in uscita è in fase con il segnale di ingresso.

I_c può essere al minimo 0 e al massimo $2I_{c0}$



La tensione di uscita è in controfase con il segnale di ingresso.

V_{ce} può essere al minimo 0 e al massimo V_{cc} . V_{ce} minimo meglio di V_f per non andare SAT.



Il punto di riposo ideale per avere la massima escursione è il punto medio del segmento.

Massima dinamica del segnale di uscita / escursione $\Rightarrow V_{ce0} = \frac{V_{cc} + V_f}{2}$ $I_{c0} = \frac{I_{cmax}}{2}$

Se cerco di amplificare V_{ce} per farlo arrivare fino a V_{cc} (o fino

Se vogliamo lavorare in modo lineare?

9/10/2009

L'efficienza del circuito è il rapporto tra la potenza utile in uscita e la potenza dissipata.

MASSIMA EFFICIENZA IN CLASSE A

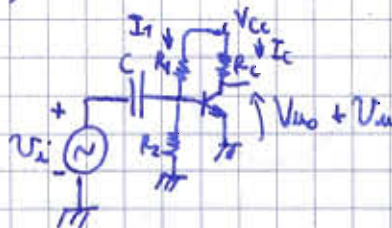
Se il BJT rimane sempre acceso e in AD, sono in classe A.

Definito ϕ l'angolo di circolazione, siamo in classe A quando $\phi = 360^\circ$.

$$\eta = \frac{P_o}{P_n} = \frac{P_o}{P_{cc}}$$

trascuro
la potenza

di V_i perché V_i piccolo segnale



P_o = potenza utile sul carico

P_{cc} = potenza erogata da V_{cc}

il noi interessa la potenza media, da non confondere con la potenza in continua.

$$P_{cc}(t) = V_{cc} \cdot [I_1(t) + I_c(t)] \quad I_1 \ll I_c \text{ perché la corrente per polarizzare la base} \Rightarrow \text{trascuro}$$
$$\approx V_{cc} \cdot I_c(t)$$

Suppongo di avere un segnale sinusoidale in ingresso:

$$V_i(t) = V_m \sin \omega t \Rightarrow \begin{cases} I_c(t) = I_{c0} + I_{cm} \sin \omega t \\ V_{ce}(t) = V_{ce0} - V_{cm} \sin \omega t \end{cases} \text{ in assenza di effetti cattivi}$$

$$\Rightarrow P_{cc}(t) = V_{cc} I_{c0} + V_{cc} I_{cm} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow P_{cc} = \int_0^{2\pi} P_{cc}(t) d\omega t = V_{cc} \cdot I_{c0}$$

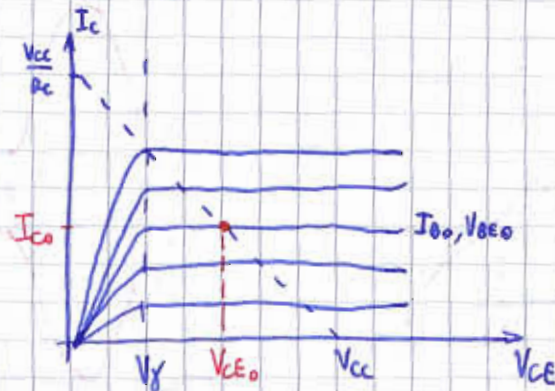
Ora devo calcolare la potenza utile.

La potenza utile sarà solo quella associata alla componente sinusoidale.

$$P_u(t) = I_{cm} \sin \omega t \cdot V_{cm} \sin \omega t \Rightarrow P_u = \frac{V_{cm} \cdot I_{cm}}{2}$$

↑
valore medio

$$\eta = \frac{V_{cm} \cdot I_{cm}}{2 V_{cc} \cdot I_{co}}$$



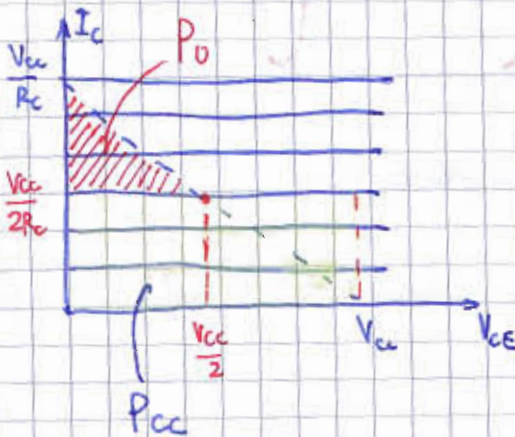
$$V_{cm}^{max} = \frac{V_{cc} - V_r}{2}$$

$$I_{cm}^{max} = I_{co}$$

$$\eta^{max} = \frac{(V_{cc} - V_r) I_{co}}{4 V_{cc} \cdot I_{co}} = \frac{V_{cc} - V_r}{4 V_{cc}} \approx \frac{1}{4} = 25\%$$

↑
trascurando V_r
rispetto a V_{cc}

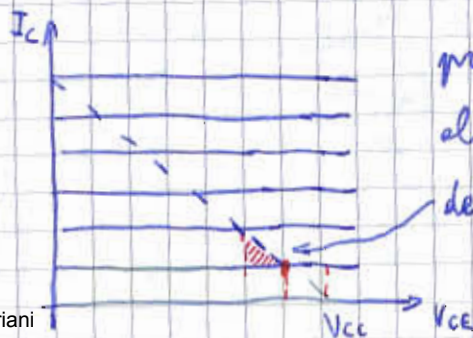
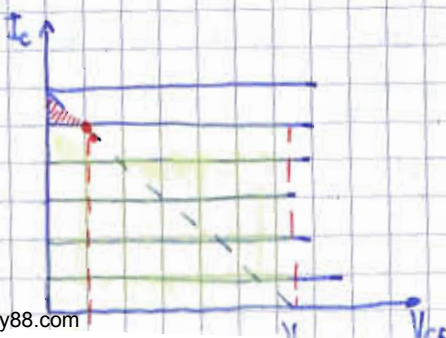
La strada per migliorare il rendimento è quella di abbandonare la linearità.



$$P_u = \frac{1}{2} \frac{V_{cc}}{2} \cdot I_{co} = \frac{1}{2} \frac{V_{cc}}{2} \cdot \frac{V_{cc}}{2 R_c} = \frac{1}{4} P_{cc}$$

$$P_{cc} = V_{cc} \cdot I_{co} = V_{cc} \cdot \frac{V_{cc}}{2 R_c}$$

Se non scelgo il punto a metà, peggioro le cose:

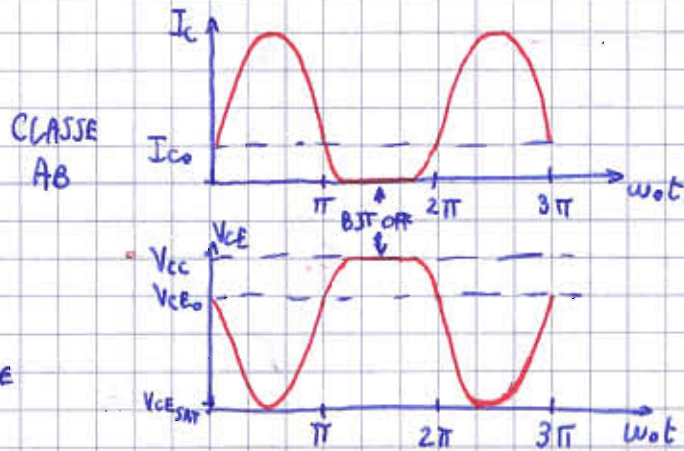
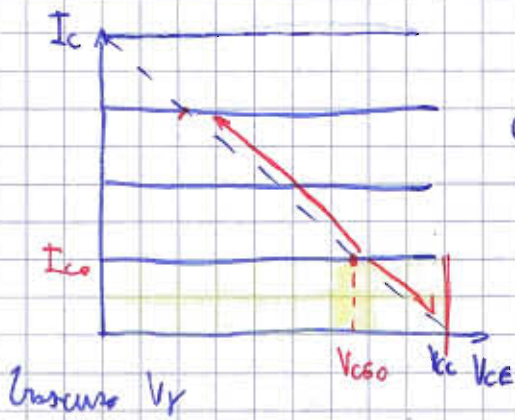


prendo la stessa
altezza (escursione
del pezzo sotto)

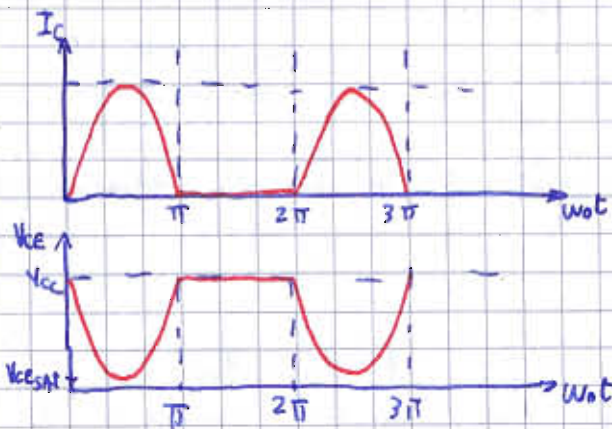
CLASSE AB : $180^\circ < \phi < 360^\circ$ BJT acceso per più della metà del periodo

CLASSE B : $\phi = 180^\circ$ BJT acceso per metà periodo

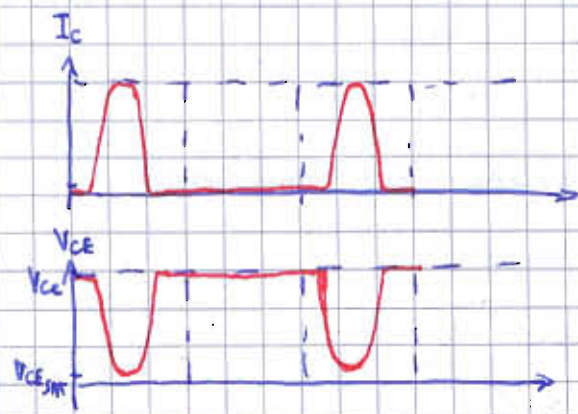
CLASSE C : $\phi < 180^\circ$ BJT spento per più della metà del periodo



In questo caso si può arrivare a rendimenti più alti del 25% perché sto riducendo la potenza in continua P_{CC} a scapito della linearità (non ho più una sinusoidale).



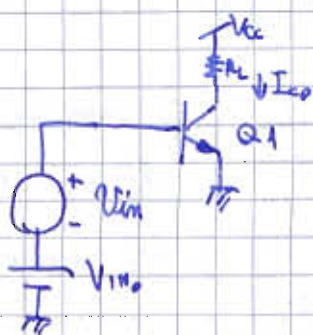
CLASSE B $\eta \approx 70-80\%$



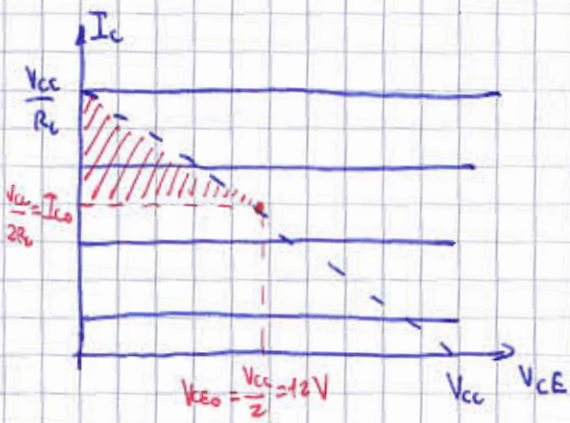
CLASSE C

Incrementa la distorsione e aumenta il rendimento. È difficile però avere molta potenza sulla prima armonica.

ESERCIZIO N°1 5/9/2008



CLASSE A $I_{CQ} \rightarrow P_{AV}^{MAX}$ piena escursione
 $P_{AV} = ?$ $V_{IN} = 0$
 $V_{CC} = 24V$
 $R_L = 4\Omega$



$$V_{CE0} = 12 \text{ V}$$

$$I_{C0} = \frac{24}{8} = 3 \text{ A}$$

$$P_{AT}|_{V_{IN}=0} = 12 \cdot 3 = 36 \text{ W}$$

$$I_C(t) = I_{Cm} \sin \omega t + I_{C0}$$

$$V_{CE}(t) = V_{CE0} - V_{cm} \sin \omega t$$

$$P_{AT}|_{V_{IN} \neq 0} = \frac{I_{C0} V_{CE0}}{36 \text{ W}} + \frac{I_{Cm} V_{cm}}{2} + 0$$

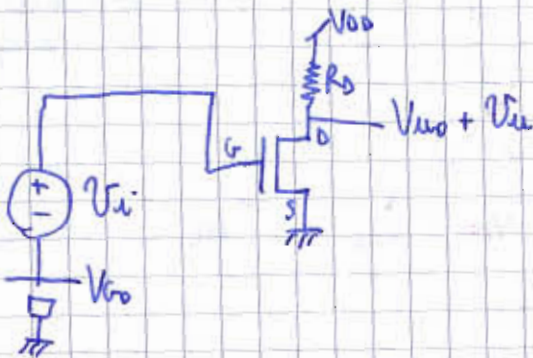
$$= 36 \text{ W} + \frac{3 \cdot 12}{2} = 54 \text{ W}$$

In presenza di segnale, la potenza aumenta

$$P_{CC} = V_{CC} \cdot I_{C0} = 24 \text{ V} \cdot 3 \text{ A} = 72 \text{ W}$$

54W si dissipano sul transistor
18W rimangono (potenza utile)

ESERCIZIO N° 6 12/06/2006



$$R_D = 100 \Omega$$

$$\mu_n C_{ox} = 1,73 \cdot 10^{-4} \text{ A/V}^2$$

$$V_{DD} = 3,5 \text{ V}$$

$$W = 7 \mu\text{m}$$

$$V_{GS} = 3 \text{ V}$$

$$L = 0,35 \mu\text{m}$$

$$V_{TH} = 1 \text{ V}$$

CLASSE A

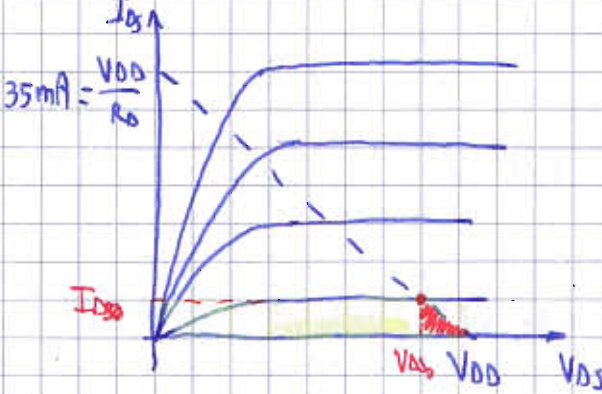
$$\eta_{\text{MAX}} = ?$$

Il MOS è in SAT.

$$I_{D0} = \frac{W}{L} \mu_n C_{ox} \cdot \frac{1}{2} (V_{GS} - V_{TH})^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{0,35} \cdot 1,73 \cdot 10^{-4} (3 - 1)^2 = 6,92 \text{ mA}$$

" V_{GS} = riposo

annulla le componenti di segnale



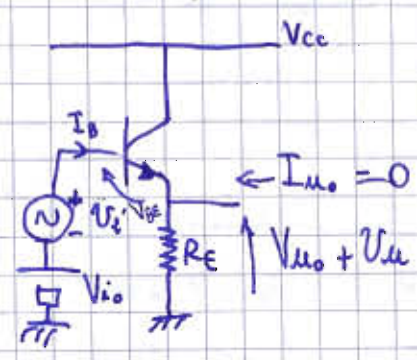
$$V_{DS0} = V_{DD} - R_D I_{D0} = 3,5 - 100 \cdot 6,92 \cdot 10^{-3} = 2,81 \text{ V}$$

$$\eta = \frac{P_U}{P_{DD}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (V_{DD} - V_{DS0}) I_{DS0}}{V_{DD} \cdot I_{DS0}} = \frac{3,5 - 2,81}{2 \cdot 3,5} = \frac{0,69}{7} \approx 9,86 \%$$

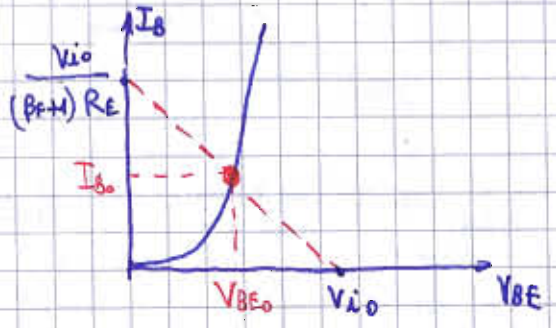
13/10/2009

AMPLIFICATORE A COLLETTORE COMUNE

Il collettore è il potenziale di riferimento. Pilota l'ingresso sulla base e l'uscita sull'emettitore.



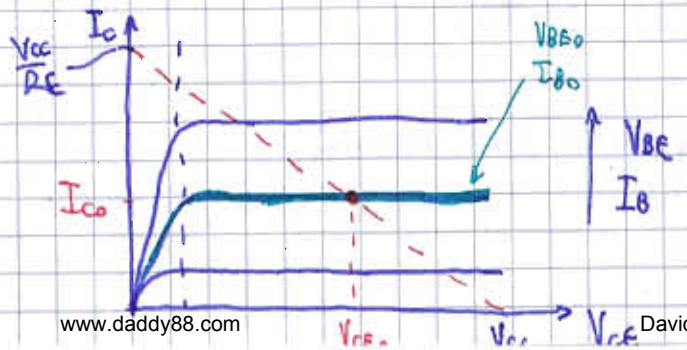
1) Analisi del punto di riposo



CARATTERISTICHE DI INGRESSO

$$V_{io} - V_{BE} - R_E I_E = 0 \Rightarrow I_B = \frac{V_{io} - V_{BE}}{(\beta+1) R_E}$$

Basta una RE piccola per avere una buona pendenza della retta di carico (beta grande)



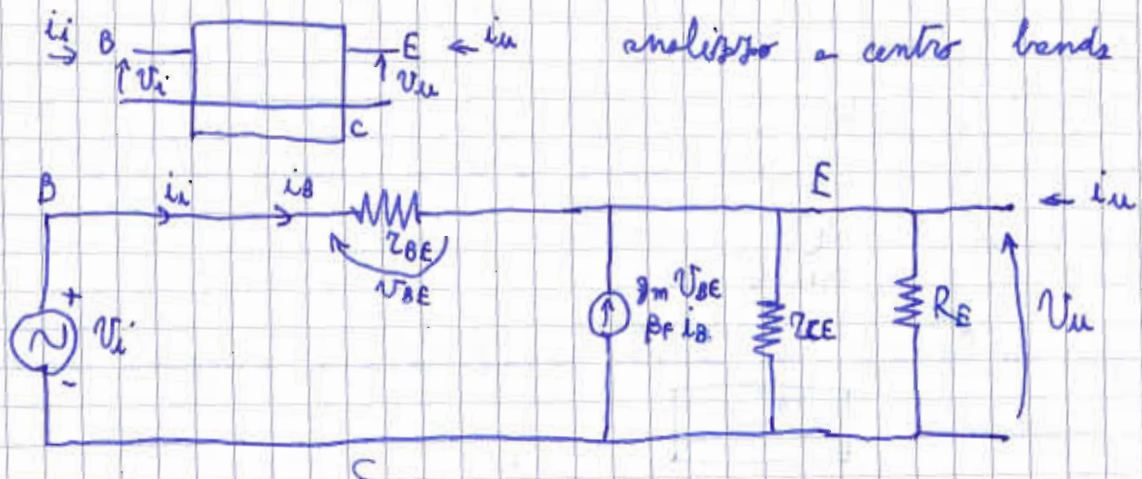
CARATTERISTICHE DI USCITA

$$V_{CC} - V_{CE} - R_E I_E = 0 \Rightarrow I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_E \cdot \frac{\beta}{\beta+1}} \approx \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_E}$$

Per lavorare in classe A voglio il punto nel punto medio. Devo aumentare V_{BE_0} o I_{B_0} ; per farlo mi basta aumentare V_{io} (vedi caratteristiche di ingresso).

Identifico il punto di riposo, linearizzo e determino il comportamento alle variazioni.

2) Analisi alle variazioni



R_E è tra emettitore e massa, che in questo caso coincide con il collettore. Chiamo $R_p = Z_{CE} // R_E$.

Calcolo le funzioni di rete:

$$A_v^{ca} = \frac{v_u}{v_i} \Big|_{i_u=0} \approx 1$$

$$\begin{cases} v_u = R_p \left(g_m + \frac{1}{Z_{BE}} \right) v_{BE} \\ v_i - v_{BE} - v_u = 0 \rightarrow v_{BE} = v_i - v_u \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_u \left[1 + R_p \left(g_m + \frac{1}{Z_{BE}} \right) \right] = v_i R_p \left(g_m + \frac{1}{Z_{BE}} \right)$$

$$\Rightarrow A_v^{ca} = \frac{R_p \left(g_m + \frac{1}{Z_{BE}} \right)}{1 + R_p \left(g_m + \frac{1}{Z_{BE}} \right)} \Rightarrow \begin{cases} A_v^{ca} > 0 \\ A_v^{ca} < 1 \end{cases} \quad \text{Non amplifica la tensione ma la attenua.}$$

esempio:

$$V_{CC} = 3,5 \text{ V}$$

$$\beta_F = 100$$

$$I_{C0} = 250 \mu\text{A}$$

$$\text{Voglio classe A} \rightarrow V_{CE0} = \frac{V_{CC} + V_T}{2} \approx 2,1 \text{ V}$$

$$R_E I_{E0} \approx R_E I_{C0} = V_{CC} - V_{CE0} = 1,4 \text{ V} \Rightarrow R_E = \frac{1,4 \text{ V}}{250 \cdot 10^{-6}} = 5,6 \text{ k}\Omega$$

$$g_m = \frac{I_{C0}}{V_T} \approx \frac{250 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-3}} = 10^{-2} \text{ S}$$

$$r_{BE} = \frac{\beta_F}{g_m} = \frac{100}{10^{-2}} = 10 \text{ k}\Omega \quad \text{suppongo } r_{ce} \gg R_E \Rightarrow R_F \approx R_E$$

$$A_V^{CA} = \frac{5,6 \cdot 10^3 (10^{-2} + 10^{-4})}{1 + 5,6 \cdot 10^3 (10^{-2} + 10^{-4})} \approx \frac{56}{1 + 56} \approx 0,98 \quad \text{meno del 2\% di errore}$$

TRASCURO

Il guadagno in tensione di questo amplificatore è sempre vicino a 1.

Espresso approssimativo $A_V^{CA} \approx 1$

Infatti, nel modello a grandi segnali la differenza tra il segnale di ingresso e quello di uscita è V_{BE} . Ma non che V_{BE} non varia mai molto (andamento logaritmico). V_u "segue" V_i .

Per questo il circuito si chiama anche INSEGUITORE A EMETTITORE o EMITTER FOLLOWER.

$$\bullet R_i = \frac{V_i}{i_i} = \frac{r_{BE}}{1 - A_V^{CA}} \gg r_{BE}$$

$$i_i = i_b = \frac{V_{BE}}{r_{BE}} \quad \text{ma } V_{BE} = V_i - V_u \Rightarrow R_i = \frac{V_i \cdot r_{BE}}{V_i - V_u} = \frac{V_i \cdot r_{BE}}{V_i \cdot (1 - \frac{V_u}{V_i})} = \frac{r_{BE}}{1 - A_V^{CA}} \gg r_{BE}$$

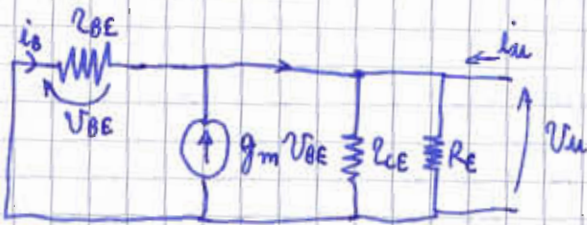
$|1 - A_V^{CA}| \ll 1$

• $A_{i,cc} = \frac{i_u}{i_i} \Big|_{V_u=0} = -(\beta_F + 1)$ (Grosso guadagno in corrente (invertente))

$i_u = -(\beta_F + 1) i_B = -(\beta_F + 1) i_i$ perché ha resistenza nulla

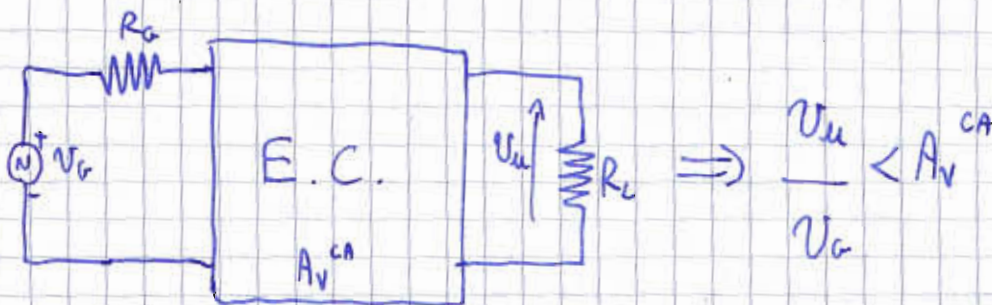
Non mi dà amplificazione di tensione, ma amplifica la corrente, e quindi anche la potenza. Utile come BUFFER.

• $R_u = \frac{V_u}{i_u} \Big|_{V_i=0}$



$$\begin{cases} \left(g_m + \frac{1}{r_{BE}} \right) V_{BE} + i_u = \frac{V_u}{R_P} \\ V_{BE} = -V_u \end{cases} \Rightarrow i_u = V_u \left(\frac{1}{R_P} + g_m + \frac{1}{r_{BE}} \right)$$

$\Rightarrow R_u = \frac{V_u}{i_u} \Big|_{V_i=0} = R_P \parallel r_{BE} \parallel \frac{1}{g_m} \approx \frac{1}{g_m}$ Resistenza di uscita abbastanza piccola ($\approx 100\Omega$)



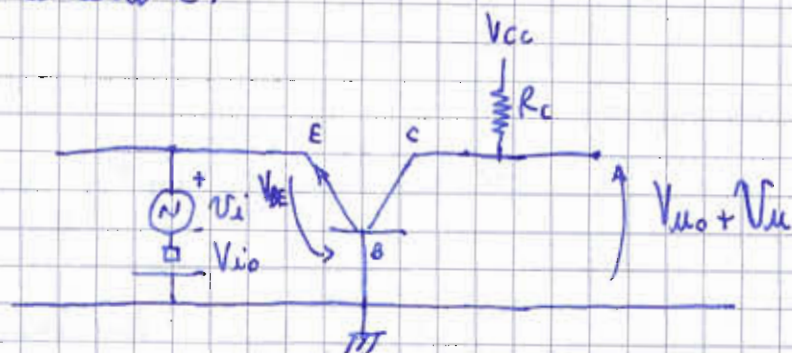
$\frac{V_u}{V_g} \approx A_V^{CA}$

Il collettore comune ha una grande resistenza in ingresso, perdo poca corrente su R_C ; l'amplificatore a emettitore comune può sfruttare a pieno il suo guadagno. La R_C può essere piccola perché tanto le sto pilotando con un amplificatore a collettore comune che ha una piccola resistenza in uscita.

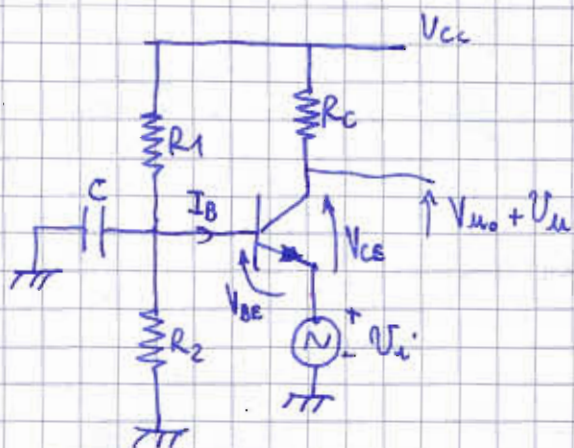
Si avvicina al comportamento di un amplificatore ideale.

AMPLIFICATORE A BASE COMUNE

Il terminale comune è la base. L'ingresso sarà sull'emettitore, l'uscita sul collettore.



Il problema è che a riposo $V_{BE} = V_{BE_0} = V_{io}$ e interseca la caratteristica del diodo con una verticale \rightarrow NON VA BENE



La capacità a centro banda dovrà essere un corto circuito affinché sia effettivamente un base comune.

Nel punto di riposo C sarà un circuito aperto, per cui lo ignoriamo.

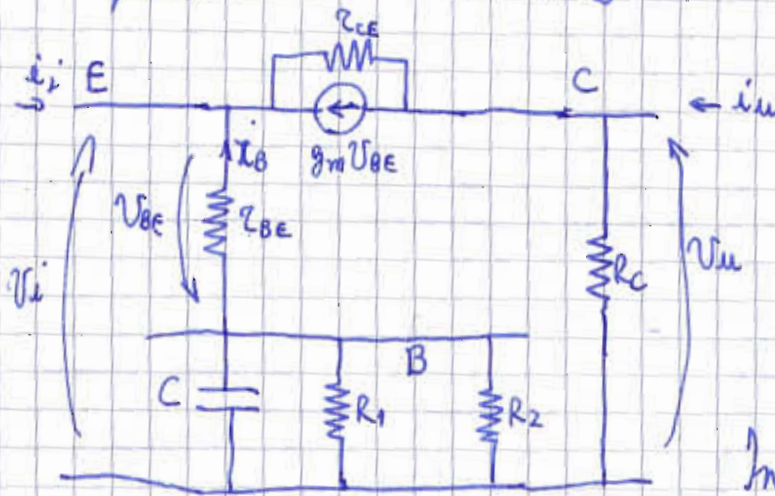
$$\frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_1} = I_B + \frac{V_{BE}}{R_2} \Rightarrow I_B = \frac{V_{CC}}{R_1} - V_{BE} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{come nello emettitore comune}$$

$$V_{CC} - V_{CE} - R_C I_C = 0 \Rightarrow I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C} \quad \text{come nell'emettitore comune}$$

Cambiere il comportamento a piccolo segnale perché abbiamo cambiato la parte d'ingresso.

* Comportamento di piccolo segnale (in centro banda).

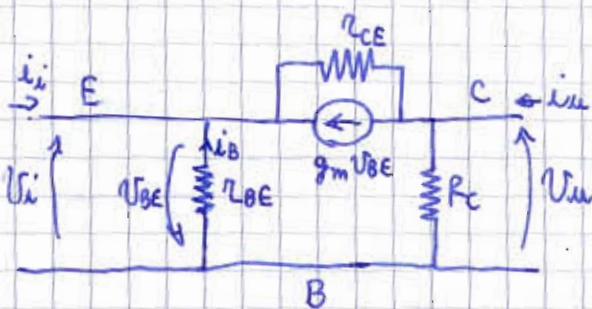
La capacità C la assomolo a un corto circuito.



in centro banda
 ① $R_1 // R_2 \gg \frac{1}{\omega C}$ perché C è come un corto circuito $\Rightarrow R_1 // R_2$ trascurabile

Inoltre ② $\frac{1}{\omega C} \ll r_{BE}$ e quindi C è trascurabile

Semplifico (devono valere ① e ②)



↳ più stringente, deve valere anche per fmax, cioè dove $\frac{1}{2\pi f C}$ è massima

Calcolo le funzioni di rete:

$$A_v^{ca} = \frac{V_u}{V_i} \Big|_{i_u=0} \quad \begin{cases} V_u = -R_C \left(g_m V_{BE} + \frac{V_u - V_i}{r_{CE}} \right) \\ V_{BE} = -V_i \end{cases}$$

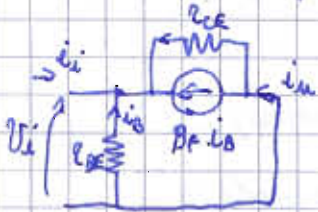
$$V_u \left(1 + \frac{R_C}{r_{CE}} \right) = V_i R_C \left(g_m + \frac{1}{r_{CE}} \right) \Rightarrow A_v^{ca} = \frac{R_C \left[g_m + \frac{1}{r_{CE}} \right]}{1 + \frac{R_C}{r_{CE}}} \approx g_m R_C$$

Solitamente $g_m \gg \frac{1}{r_{CE}}$ e $R_c \ll r_{CE}$. $A_v^{ca} = g_m R_c$, uguale in modulo

a quello dell'emettitore comune.

$$A_i^{ca} = \frac{i_{u'}}{i_i} \Big|_{V_u=0}$$

r_{CE} sparisce perché in parallelo con una resistenza nulla.



$$i_{u'} = \beta_F i_B - \frac{V_i}{r_{CE}}; \quad V_i = -r_{BE} i_B$$

$$i_i = -(\beta_F + 1) i_B + \frac{V_i}{r_{CE}}$$

$$i_{u'} = \beta_F i_B + \frac{r_{BE} i_B}{r_{CE}}; \quad i_i = -(\beta_F + 1) i_B - \frac{r_{BE}}{r_{CE}} i_B$$

$$A_i^{ca} = \frac{i_{u'}}{i_i} \Big|_{V_u=0} = \frac{\beta_F + \frac{r_{BE}}{r_{CE}}}{\beta_F + 1 + \frac{r_{BE}}{r_{CE}}} \approx \frac{\beta_F}{\beta_F + 1}$$

$r_{BE} \ll r_{CE}$

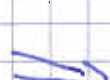
guadagno minore di 1
e invertente
 $|A_i^{ca}| \approx 0,99$

Situazione duale a quella del C.C.

$$R_i = \frac{V_i}{i_i} \quad i_i = -V_{BE} \left(g_m + \frac{1}{r_{BE}} \right) + \frac{V_i - V_u}{r_{CE}} = V_i \left(g_m + \frac{1}{r_{BE}} + \frac{1}{r_{CE}} \right) - \frac{V_u}{r_{CE}}$$

$$= V_i \left(g_m + \frac{1}{r_{BE}} + \frac{1}{r_{CE}} - g_m \frac{R_c}{r_{CE}} \right)$$

$$g_m \gg \frac{1}{r_{BE}} \gg \frac{1}{r_{CE}}; \quad r_{CE} \gg R_c$$



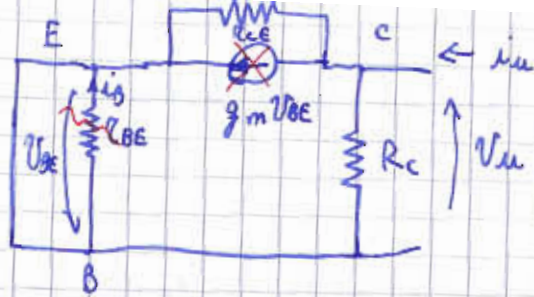
$$R_i = \frac{1}{g_m} = \frac{r_{BE}}{\beta_F + 1}$$

molto
bassa.

Poco adatto ad amplificatore di tensione da solo, ne perderebbe molto in ingresso.

$$R_{in} = \frac{V_{in}}{i_{in}} \quad | \quad V_{i2} = 0$$

$$V_{BE} = V_{i1} = 0$$

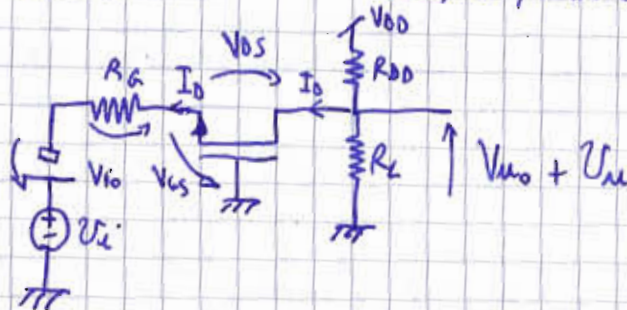


$$\Rightarrow R_{in} = R_C // r_{ce}$$

resistenza di uscita bassa.

14/10/2009

ESERCIZIO N° 6 02/02/2006



$$\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}^2$$

$$V_{TH} = 1 \text{ V}$$

$$R_G = 50 \Omega$$

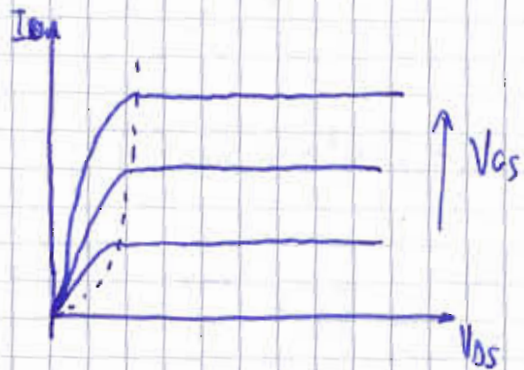
$$V_{DD} = 5 \text{ V}$$

$$R_{DD} = 100 \Omega$$

$$V_{i1} = 4 \text{ V}$$

$$R_L = 150 \Omega$$

$$V_{out} = ?$$



$$\begin{cases} I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2 & \text{se mos sat.} \\ -V_{i1} + R_G I_D + V_{GS} = 0 \end{cases} \rightarrow I_D = \frac{V_{i1} - V_{GS}}{R_G}$$

$$\frac{V_{i1} - V_{GS}}{R_G} = \frac{1}{2} \underbrace{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}}_{\beta_n} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

$$V_{i1} - V_{GS} = \frac{1}{2} R_G \beta_n (V_{GS}^2 - 2 V_{TH} V_{GS} + V_{TH}^2)$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{2} \beta_n R_G V_{GS}^2 + \frac{1}{2} \beta_n R_G V_{TH}^2 - \beta_n R_G V_{GS} V_{TH} + V_{GS} - V_{i0} = 0$$

$$\frac{1}{2} \beta_n R_G V_{GS}^2 - (\beta_n R_G V_{TH} - 1) V_{GS} = V_{i0} - \frac{1}{2} \beta_n R_G V_{TH}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot V_{GS}^2 - (2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 1 - 1) V_{GS} = 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 1$$

$$5 \cdot 10^{-2} V_{GS}^2 + 0,9 V_{GS} = 4 - 5 \cdot 10^{-2}$$

$$0,05 V_{GS}^2 + 0,9 V_{GS} - 3,95 = 0$$

$$V_{GS} = \frac{-0,9 \pm \sqrt{0,9^2 + 4 \cdot 0,05 \cdot 3,95}}{0,1} = \frac{-0,9 \pm 1,26}{0,1} =$$

$$= -9 \pm 12,6 = \begin{cases} 3,6 \text{ V} \\ -21,6 \text{ V} \end{cases}$$

NON ACC.
PERCHÉ NON
SODDISFA HP.
 $V_{GS} > V_{TH}$

$$I_D = 10^{-3} (3,6 - 1)^2 = 6,76 \text{ mA}$$

$$\frac{V_{DD} - V_{MO}}{R_{DD}} = I_D + \frac{V_{MO}}{R_L}$$

$$\frac{5 - V_{MO}}{100} = 6,76 \cdot 10^{-3} + \frac{V_{MO}}{150}$$

$$0,05 - \frac{V_{MO}}{100} - \frac{V_{MO}}{150} = 6,76 \cdot 10^{-3}$$

$$V_{MO} \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{150} \right) = 43,24 \cdot 10^{-3}$$

$$V_{MO} = 2,594 \text{ V}$$

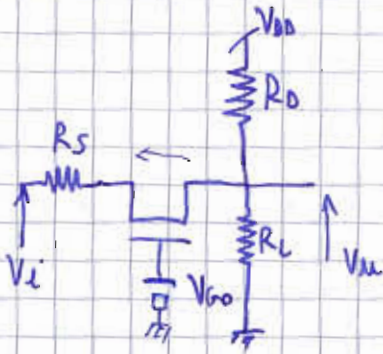
Verificare le ipotesi: $V_{GS} > V_{GS} - V_{TH}$

$$V_{MO} + V_{GS} > V_{GS} - V_{TH}$$

$$2,594 > -1$$

SI

OK!!



$$R_o = R_L = 1\text{ k}\Omega$$

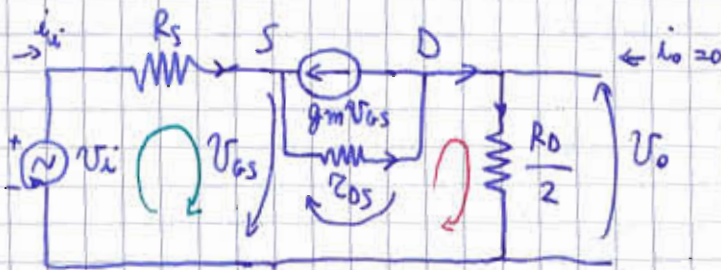
$$R_s = 100\ \Omega$$

$$g_m = 5\text{ mS}$$

$$Z_{os} = 1\text{ k}\Omega$$

$$\frac{V_o}{V_i} = ?$$

Disegna il modello a piccoli segnali



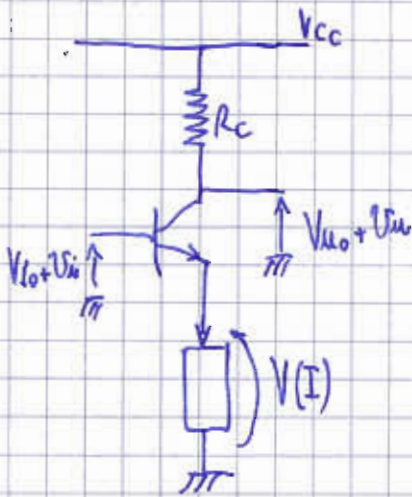
R_o e R_L sono uguali e in parallelo (alle variazioni); V_{DD} e massa sono equipotenziali

$$\begin{cases} V_o = \frac{R_o}{2} \left(-g_m V_{GS} + \frac{-V_{GS} - V_o}{Z_{os}} \right) \\ V_i - R_s \left(-g_m V_{GS} + \frac{-V_{GS} - V_o}{Z_{os}} \right) + V_{GS} = 0 \end{cases} \Rightarrow V_i - R_s \cdot \frac{2V_o}{R_o} + V_{GS} = 0$$

$$V_{GS} = R_s \cdot \frac{2V_o}{R_o} - V_i \rightarrow V_o = \frac{R_o}{2} \left(-g_m \left(R_s \cdot \frac{2V_o}{R_o} - V_i \right) + \frac{R_s \cdot \frac{2V_o}{R_o} - V_i + V_o}{Z_{os}} \right)$$

$$V_o \left[1 + \frac{R_o}{2Z_{os}} + \left(g_m + \frac{1}{Z_{os}} \right) R_s \right] = \frac{R_o}{2} \left(g_m + \frac{1}{Z_{os}} \right) V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{R_o}{2} \left(g_m + \frac{1}{Z_{os}} \right)}{1 + \frac{R_o}{2Z_{os}} + \left(g_m + \frac{1}{Z_{os}} \right) R_s} = \frac{500 (5 \cdot 10^{-3} + 10^{-3})}{1 + \frac{1}{2} + (5 \cdot 10^{-3} + 10^{-3}) 100} = \frac{3}{\frac{3}{2} + 0.6} = 1,43$$



$$V(I) = R_0 I + \alpha I^3$$

$$R_0 = 15 \Omega$$

$$\alpha = 2,5 \cdot 10^{16} \frac{\Omega}{A^2}$$

$$R_c = 750 \Omega$$

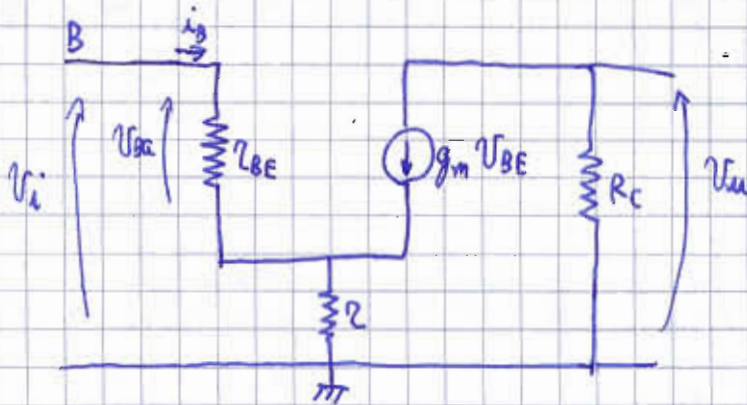
$$V_{cc} = 3,5 V$$

$$V_{uo} = 2 V$$

$$\beta_F = 50$$

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = ?$$

Costruire il modello alle variazioni. Il bipolo, alle variazioni, diventa una resistenza



$$\left\{ \begin{aligned} v_u &= R_c (-g_m v_{BE}) \rightarrow v_{BE} = \frac{-v_u}{R_c g_m} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} v_i &= v_{BE} + r \left(g_m v_{BE} + \frac{v_{BE}}{z_{BE}} \right) \end{aligned} \right.$$

$$v_i = -\frac{v_u}{R_c g_m} \left(1 + r \left(g_m + \frac{1}{z_{BE}} \right) \right)$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{-R_c g_m}{1 + r g_m + \frac{r}{z_{BE}}}$$

$$g_m = \frac{I_{co}}{V_T} ; z_{BE} = \frac{V_T}{I_{bo}} = \frac{\beta_F V_T}{I_{co}} = \frac{\beta_F}{g_m}$$

$$I_{C0} = \frac{V_{CC} - V_{U0}}{R_C} = \frac{3,5 - 2}{750} = 2 \text{ mA} \approx I_{E0} \quad \left(\frac{51}{51} I_{C0} = I_{E0} \right)$$

$$g_m = \frac{2 \text{ mA}}{26 \text{ mV}} = 76 \text{ mS}$$

$$r_{BE} = \frac{\beta_F}{g_m} = \frac{50}{76 \cdot 10^{-3}} = 658 \Omega$$

$$V(I) = f(I) \Rightarrow V = \left. \frac{dV}{dI} \right|_{I_{E0}} \cdot i$$

$$\left. \frac{dV}{dI} \right|_{I_{E0}} = R_0 + 3 \alpha I^2 \Big|_{I_{E0}} = 15 + 3 \cdot 2,5 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 45 \Omega = r$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-750 \cdot 76 \cdot 10^{-3}}{1 + 45 \cdot (76 \cdot 10^{-3}) + \frac{45}{658}} = -12,7$$

ANALISI IN FREQUENZA DELL'AMPLIFICATORE A E.C.

Ripasso diagrammi di Bode

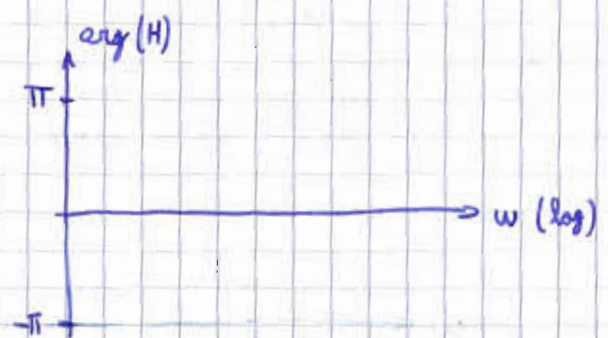
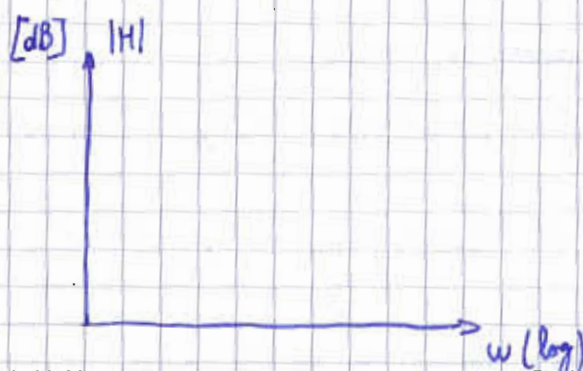


Se X periodica con $T = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}$, allora

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\omega_0 t + \alpha_k) \quad \text{SERIE DI FOURIER}$$

$$y(t) =$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot |H(jk\omega_0)| \cdot \sin(k\omega_0 t + \alpha_k + \arg(H(jk\omega_0)))$$



Per tracciare i diagrammi di BODE utilizzo l'APPROSSIMAZIONE ASINTOTICA

In generale, $H(s) = \frac{A_0 + A_1 s + A_2 s^2 + \dots + A_m s^m}{1 + B_1 s + B_2 s^2 + \dots + B_n s^n}$ razionale

Troveremo sempre $m < n$. Per frequenze molto grandi quindi

$H(s) \rightarrow 0$.

$H(s) = \frac{A_0 \left(1 - \frac{s}{z_1}\right) \left(1 - \frac{s}{z_2}\right) \dots \left(1 - \frac{s}{z_m}\right)}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) \dots \left(1 - \frac{s}{p_n}\right)}$

$z \rightarrow$ Zeri che annullano il numeratore

$p \rightarrow$ Zeri che annullano il denominatore

z_1, z_2, \dots, z_m ZERI DI $H(s)$

p_1, p_2, \dots, p_n POLI DI $H(s)$

↑ funzione di trasferimento

16/10/2009

$H(j\omega) = A_0 \cdot \frac{\left(1 - \frac{j\omega}{z_1}\right) \dots \left(1 - \frac{j\omega}{z_m}\right)}{\left(1 - \frac{j\omega}{p_1}\right) \dots \left(1 - \frac{j\omega}{p_n}\right)}$ Devo per prime cosa trovare poli e zeri.

Se poli e zeri sono abbastanza distanti gli uni dagli altri (due decadi), andiamo a considerare cosa succede per pulsazioni molto maggiori/minori di quelle del polo/zero, ignorando gli altri.



APPROSSIMAZIONE ASINTOTICA

ESEMPIO

$H(j\omega) = A_0 \frac{\left(1 - \frac{j\omega}{z_1}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{z_2}\right)}{\left(1 - \frac{j\omega}{p_1}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_2}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_3}\right)}$ supponiamo valga:
 $|p_1| \ll |z_1| \ll |p_2| \ll |p_3| \ll |z_2|$

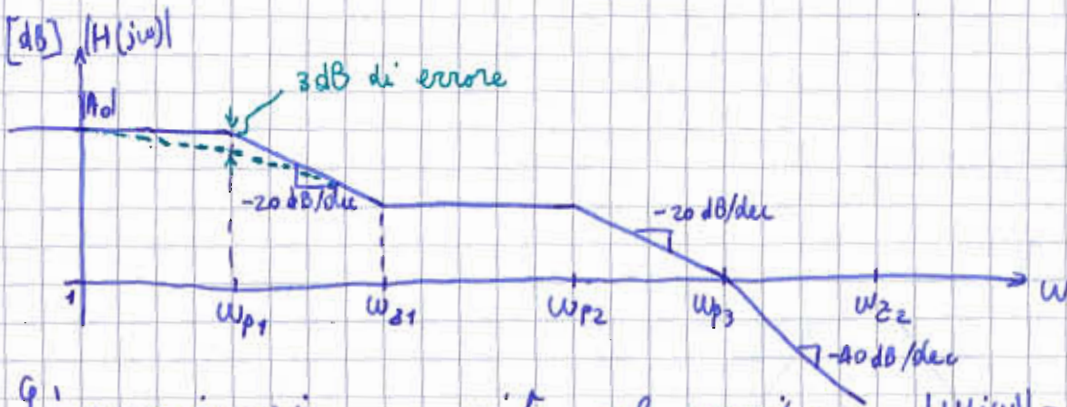
$\omega_{p1} \ll \omega_{z1} \ll \omega_{p2} \ll \omega_{p3} \ll \omega_{z2}$

Chiamiamo pulsazioni i moduli di poli e zeri.

Supponiamo di essere a $\omega \ll \omega_{p1} \Rightarrow H(j\omega) \approx \frac{A_0}{1 - \frac{j\omega}{p_1}} \approx A_0$
 perché gli altri poli/zeri sono trascurabili e lo è anche p_1 .

$$|H(j\omega)| = |A_0|$$

Disegno i grafici



L'approssimazione consiste nel considerare $|H(j\omega)| = |A_0|$ finché $\omega \leq \omega_{p1}$, anche se commetto un errore.

$$\omega_{p1} \ll \omega \ll \omega_{z1} \quad H(j\omega) = \frac{A_0}{1 - \frac{j\omega}{p_1}} \approx A_0 \cdot \frac{j p_1}{\omega} \Rightarrow |H(j\omega)| = |A_0| \cdot \frac{\omega_{p1}}{\omega}$$

trascurato

In scala log, log, $\frac{1}{x}$ diventa una retta con pendenza -1.

In questo caso, avendo i dB, la pendenza sarà -20 dB/decade.

$$\omega_{z1} \ll \omega \ll \omega_{p2} \quad H(j\omega) = A_0 \cdot \frac{-j\omega/z_1}{-j\omega/p_1} = A_0 \cdot \frac{p_1}{z_1} \Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{\omega_{p1}}{\omega_{z1}} \cdot |A_0|$$

trascurato

REGOLA: ogni polo mi introduce una diminuzione della pendenza di 20 dB/dec, mentre ogni zero introduce un aumento della pendenza di 20 dB/dec.

L'errore più grande lo faccio in corrispondenza degli zeri e dei poli. Quanto sta sbagliando?

$$\omega = \omega_{p1} \Rightarrow H(j\omega_{p1}) = \frac{A_0}{1 - \frac{j\omega_{p1}}{p_1}} \Rightarrow |H(j\omega_{p1})| = \frac{|A_0|}{\sqrt{1 + \frac{\omega_{p1}^2}{|p_1|^2}}} = \frac{|A_0|}{\sqrt{2}}$$

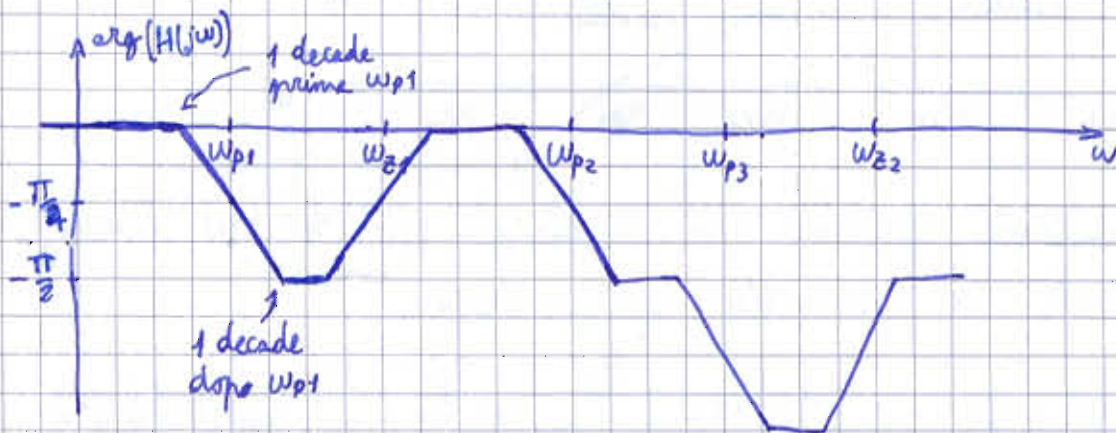
$\sqrt{2}$ in dB è circa 3 dB.

A_0 è sicuramente reale perché è il guadagno in continua, dove non ci sono effetti reattivi.

ARGOMENTO

$$\omega \ll \omega_{p1} \Rightarrow \arg(H(j\omega)) = \arg(A_0) = \begin{cases} 0 & \text{se } A_0 > 0 \\ -\pi & \text{se } A_0 < 0 \end{cases} \leftarrow \text{supponiamo } A_0 > 0$$

Traccio il diagramma:



$$\omega = \omega_{p1} \Rightarrow \arg(H(j\omega)) \approx \arg(A_0) - \arg(1+j) \quad \text{supponendo che } p_1 \in \mathbb{R} \Rightarrow p_1 = -\omega_{p1}$$
$$= 0 - \frac{\pi}{4}$$

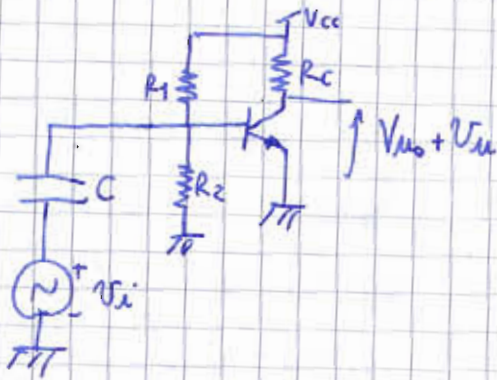
$$\omega_{p1} \ll \omega \ll \omega_{z1} \Rightarrow \arg(H(j\omega)) = \arg(A_0) - \arg\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{p1}}\right) = \arg(A_0) - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

curvato

REGOLA: ogni polo reale negativo introduce uno sfasamento asintotico di $-\frac{\pi}{2}$ ($-\frac{\pi}{4}$ nel polo), ogni zero reale negativo introduce uno sfasamento asintotico di $\frac{\pi}{2}$ ($\frac{\pi}{4}$ nella zero), ogni zero reale positivo introduce uno sfasamento asintotico di $-\frac{\pi}{2}$ ($-\frac{\pi}{4}$ nella zero)

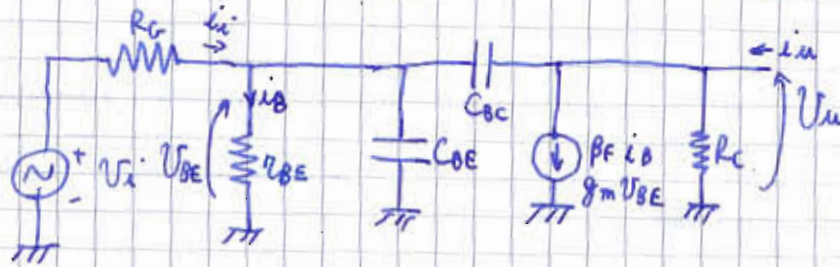
Suppongo $-\omega_{z1} = z_1$ e $-\omega_{z2} = z_2$ (zeri reali negativi).

COMPORTAMENTO IN FREQUENZA DELLO STADIO A E.C.



il frequenze basse conta C
il frequenze alte conta $C_{oc} + C_{be}$

1) ALTE FREQUENZE \rightarrow C è un corto circuito



R_1 e R_2 trascurate

* Guadagno di corrente in corto circuito $A_i^{cc} = \frac{i_u}{i_i} \Big|_{V_u=0}$

Per $V_u=0$, il ramo con R_c non lo considero

$$\begin{cases} i_u = \beta i_b - V_{be} \cdot s C_{oc} \\ i_i = i_b + V_{be} s C_{be} + V_{be} s C_{oc} \\ V_{be} = r_{be} i_b \end{cases}$$

$$A_i^{cc} = \frac{\beta - r_{be} s C_{oc}}{1 + r_{be} s (C_{be} + C_{oc})} = \frac{i_u}{i_i}$$

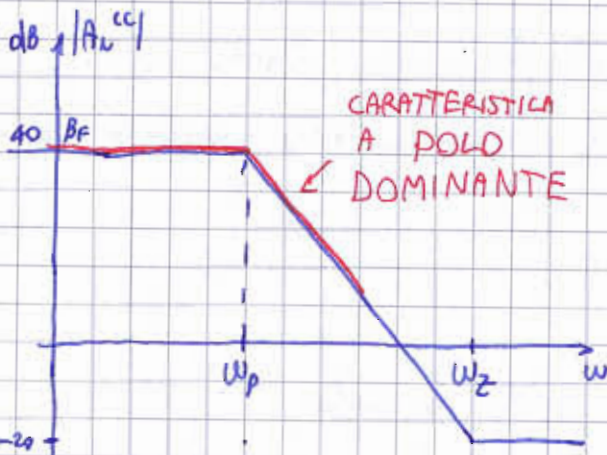
in continua, ignoro le C e ottengo β come vorrei...

Trovo Zeri e poli:

$$Z = \frac{\beta}{r_{be} C_{oc}} = \frac{g_m}{C_{oc}} \quad \text{reale positivo} = \omega_z \quad P = - \frac{1}{r_{be} (C_{be} + C_{oc})} \quad \text{reale negativo} = -\omega_p$$

$$\frac{\omega_z}{\omega_p} = \frac{\beta}{r_{be} (C_{be} + C_{oc})} \cdot \frac{C_{oc}}{g_m} \quad \text{fattore } 10 \Rightarrow \frac{\omega_z}{\omega_p} \gg 1$$

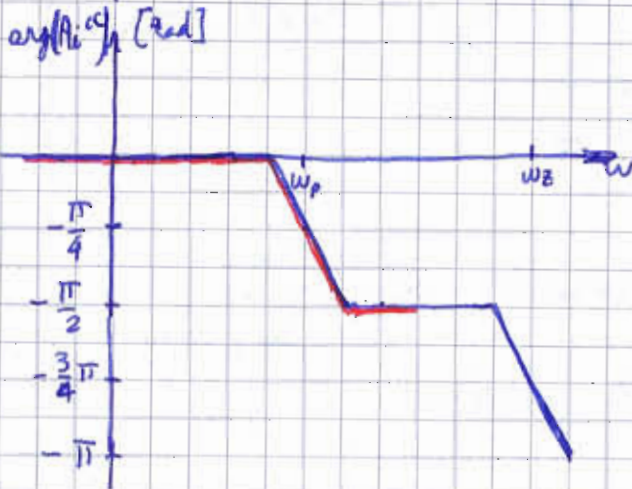
⇒ Possiamo fare l'approssimazione asintotica



$$\beta_F = 100$$

$$\beta_F = 40 \text{ dB}$$

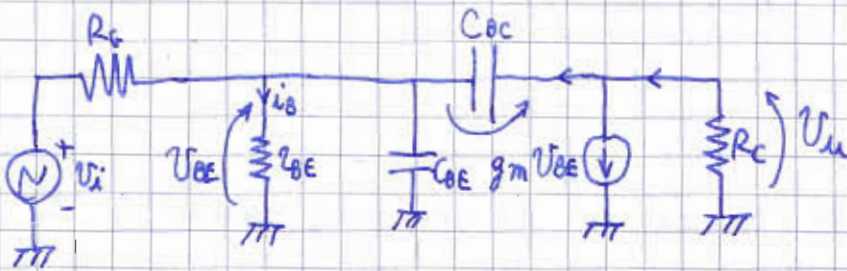
Suppongo $\omega_z = 10^3 \omega_p = 3 \text{ decadi}$
quindi scendo di 20 dB/decade,
in tre decadi arrivo a 40-60 = -20



per $\omega \ll \omega_p$ il guadagno è
 $\beta_F \in \mathbb{R} > 0 \Rightarrow \arg(A_i^{cs}) = 0$

Mi interessa questa parte di
caratteristica, perché dopo faccio
approssimazioni troppo grosse.

* Guadagno di tensione a circuito aperto $A_v^{cs} = \frac{V_u}{V_i} \Big|_{i_{in}=0}$



$$V_u = -R_c [g_m V_{BE} + s C_{CE} (V_u - V_{BE})]$$

$$\frac{V_i - V_{BE}}{R_g} = V_{BE} \left[\frac{1}{r_{BE}} + s C_{BE} - s C_{CE} (V_u - V_{BE}) \right]$$

$$V_u (1 + R_c s C_{CE}) = -V_{BE} R_c (g_m - s C_{CE}) \Rightarrow V_{BE} = -V_u \frac{1 + R_c s C_{CE}}{R_c (g_m - s C_{CE})}$$

$$\frac{V_i}{R_G} = -V_{u1} \left[\frac{1 + R_C s C_{oc}}{R_C (g_m - s C_{oc})} \left(\frac{1}{R_G} + \frac{1}{r_{BE}} + s (C_{BE} + C_{oc}) \right) + s C_{oc} \right]$$

$1/r_p \text{ dove } r_p = R_G // r_{BE}$

$$\frac{V_{u1}}{V_i} = - \frac{R_C (g_m - s C_{oc})}{R_G \left[(1 + R_C s C_{oc}) \left(\frac{1}{R_p} + s (C_{BE} + C_{oc}) \right) + s C_{oc} R_C (g_m - s C_{oc}) \right]}$$

$$= - \frac{R_C (g_m - s C_{oc}) \cdot \frac{R_p}{R_G}}{(1 + R_C s C_{oc}) (1 + s (C_{BE} + C_{oc}) R_p) + s C_{oc} R_C R_p (g_m - s C_{oc})}$$

$$= - \frac{R_C \cdot \frac{R_p}{R_G} (g_m - s C_{oc})}{1 + s (R_C C_{oc} + R_p (C_{BE} + C_{oc}) + R_C R_p g_m C_{oc}) + s^2 R_C R_p C_{oc} C_{oc}}$$

anche si

$$A_{v1}^{CA} \approx - \frac{R_C \cdot \frac{R_p}{R_G} (g_m - s C_{oc})}{1 + s \left[\underbrace{R_C C_{oc} (1 + R_p g_m)}_a + R_p C_{BE} \right] + s^2 \underbrace{R_C R_p C_{oc} C_{oc}}_b}$$

ZERO: $z = \frac{g_m}{C_{oc}} = \omega_z$ reale e positivo

POLI: faccio approssimazione; suppongo che uno dei due poli sia molto più grande dell'altro.

$$1 + s a + s^2 b = 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) = 0$$

$$1 - s \left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right) + \frac{s^2}{p_1 p_2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = - \left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right) \\ b = \frac{1}{p_1 p_2} \end{cases}$$

Ipotesi $|p_2| \gg |p_1| \Rightarrow a \approx -\frac{1}{p_1} \Rightarrow p_1 \approx -\frac{1}{a}$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{1}{R_c C_{bc} (1 + R_p g_m) + R_p C_{be}} \Rightarrow \omega_{p1} = \frac{1}{R_c C_{bc} (1 + R_p g_m) + R_p C_{be}}$$

EFFETTO MILLER

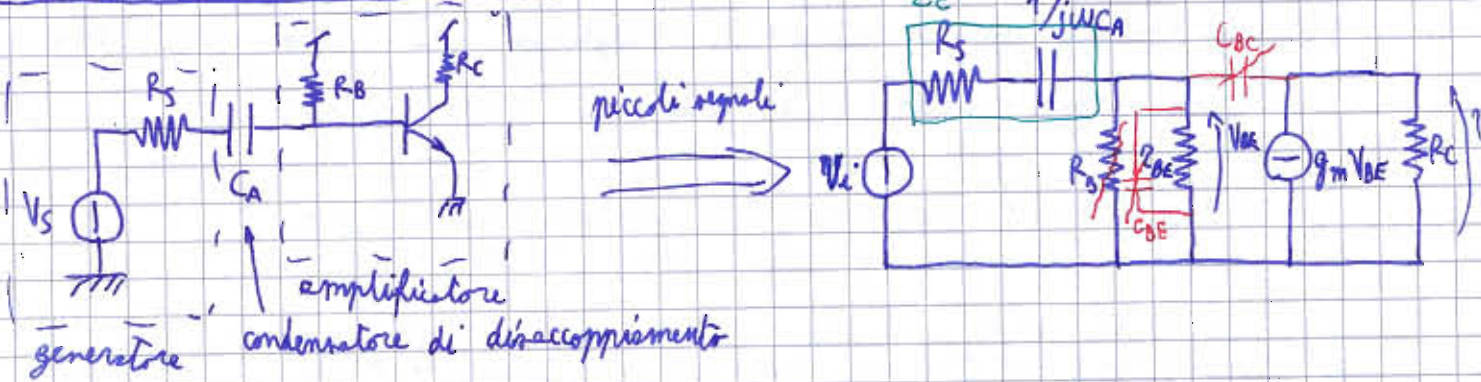
$$P_2 = \frac{1}{P_{1b}} = \frac{R_c C_{bc} (1 + R_p g_m) + R_p C_{be}}{R_c R_p C_{be} C_{bc}} \Rightarrow \omega_{p2} = \frac{R_c C_{bc} (1 + R_p g_m) + R_p C_{be}}{R_c R_p C_{be} C_{bc}}$$

EFFETTO MILLER \rightarrow una capacit  tra ingresso e uscita mi viene amplificata del guadagno in tensione e circuito aperto.

ES. $I_{c0} = 2,5 \text{ mA}$ Calcolare pulsazioni di poli e zeri e calcolare diagrammi di Bode.
 $\beta = 100$
 $R_c = 1 \text{ k}\Omega$
 $R_g = 100 \Omega$
 $C_{be} = 100 \text{ pF}$
 $C_{bc} = 10 \text{ pF}$

20/10/2009

PROF. ANDREA BONI
 TEL. 0521 - 905815
 EMAIL andrea.boni@unipr.it



Usare la rappresentazione con fasori (trasformatore di Fourier)

$V_{be} = V_m e^{j\omega t}$ dominio dei fasori
 $V_{be} = V_m \sin(\omega t + \phi_n)$ dominio del tempo

$$V_o = -g_m V_{BE} R_c$$

Ipotesi $R_B \gg Z_{BE}$, quindi nel parallelo trascuro la più grande



$$V_{BE} = V_i \cdot \frac{Z_{BE}}{Z_c + Z_{BE}} \quad \text{partitore}$$

$$Z_c = R_s + \frac{1}{j\omega C}$$

$$= V_i \cdot \frac{Z_{BE}}{Z_{BE} + R_s + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$V_o = -g_m R_c \cdot V_i \cdot \frac{Z_{BE}}{Z_{BE} + R_s + \frac{1}{j\omega C}}$$

sistema in una forma più utilizzabile

$$A_v^{ca} = \frac{V_o}{V_i} = -g_m R_c \cdot \frac{j\omega C Z_{BE}}{1 + j\omega C (Z_{BE} + R_s)}$$

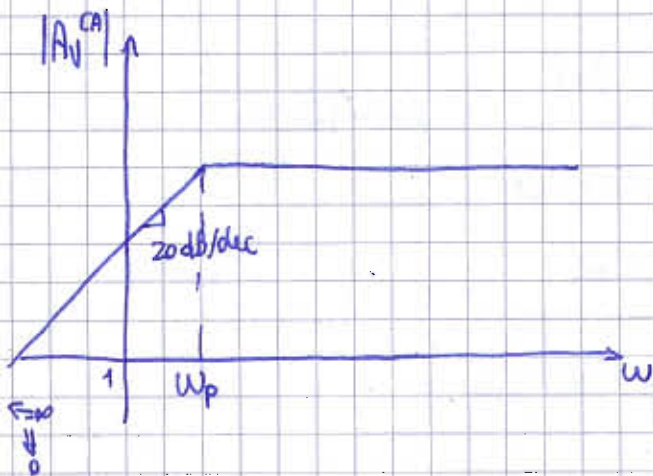
Ho trascurato C_{BE} e C_{BC} perché mi sto occupando di basse frequenze.

Ci sono tre regioni di funzionamento:

LF	CB	HF
C_a da studiare, $C_{BE} \rightarrow C.A.$ $C_{BC} \rightarrow C.A.$	$C_a \rightarrow C.C.$ $C_{BE} \}$ $C_{BC} \} \rightarrow C.A.$	$C_a \rightarrow C.C.$ C_{BE} da studiare C_{BC} da studiare
BASSA FREQUENZA	CENTRO BANDA	ALTA FREQUENZA

ZERI \rightarrow ce n'è uno nell'origine, infatti le frequenze troppo basse non passano (impedenza C troppo grande).

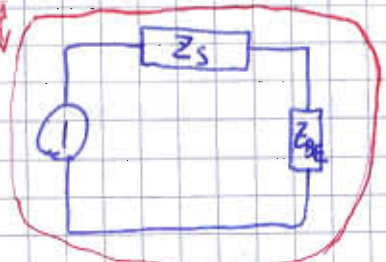
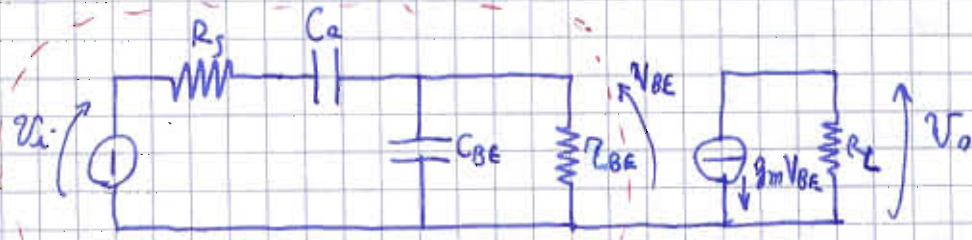
POLO : $\omega_p = \frac{1}{C_a(R_s + r_{BE})}$



$\omega_p < \omega_{LF}$
 ↳ frequenza minima che il mio amplificatore deve trattare

$C_a > \frac{1}{\omega_{LF}(R_s + r_{BE})}$

CALCOLO DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO



$Z_s = R_s + \frac{1}{j\omega C_a}$

$Z_{BE} = r_{BE} // \frac{1}{j\omega C_{BE}} = \frac{r_{BE} \cdot \frac{1}{j\omega C_{BE}}}{r_{BE} + \frac{1}{j\omega C_{BE}}} = \frac{r_{BE}}{1 + j\omega C_{BE} r_{BE}}$

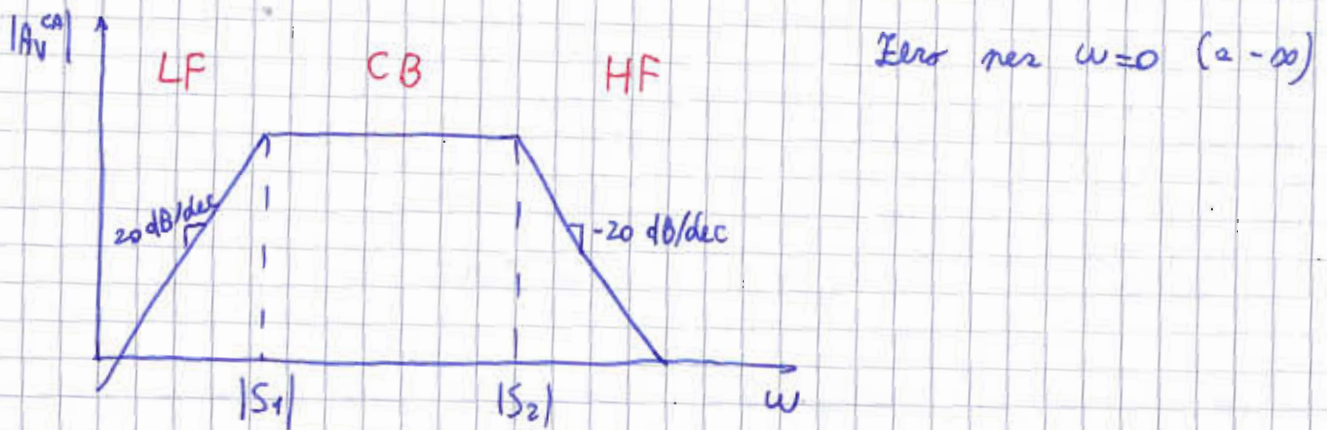
$$\begin{cases} v_{BE} = v_i \cdot \frac{Z_{BE}}{Z_s + Z_{BE}} \\ v_o = -g_m R_c v_{BE} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A_v^{ca} = \frac{v_o}{v_i} = -g_m R_c \frac{s \cdot r_{BE} \cdot C_a}{s^2(C_a C_{BE} r_{BE} R_s) + s(C_a R_s + C_a r_{BE} + C_{BE} r_{BE}) + 1}$$

$$A_v^{ca} = \frac{s \cdot r_{BE} \cdot C_a}{s^2(C_a C_{BE} r_{BE} R_s) + s(C_a R_s + C_a r_{BE} + C_{BE} r_{BE}) + 1} \quad s \rightarrow j\omega$$

Trovo che $S_{1,2} \in \mathbb{R}$ e $S_{1,2} < 0$

Due poli e uno zero:



L'espressione al denominatore è

$$as^2 + bs + 1 = \left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right) = \frac{s^2}{\omega_1 \omega_2} + s \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right) + 1$$

\uparrow
 $\omega_1 = -S_1$
 $\omega_2 = -S_2$

Considero $\omega_2 \gg \omega_1$ e quindi posso trascurare $\frac{1}{\omega_2}$

$$\approx \frac{s^2}{\omega_1 \omega_2} + \frac{s}{\omega_1} + 1 \Rightarrow \omega_1 \approx \frac{1}{b} \quad \omega_2 = \frac{1}{a} \cdot b$$

$$A_V^{CA} = -g_m R_c \cdot \frac{j\omega V_{BE} C_c}{\left(\frac{j\omega}{\omega_1} + 1\right) \left(\frac{j\omega}{\omega_c} + 1\right)}$$

Calcolo la regione di centro banda

Se $\omega \in \omega_{cb}$, allora $\omega \gg \omega_1$ e $\omega \ll \omega_2$

$$A_V^{CA}_{cb} = -g_m R_c \frac{j\omega V_{BE} C_c}{\left(\frac{j\omega}{\omega_1} + 1\right) \left(\frac{j\omega}{\omega_c} + 1\right)} \approx -g_m R_c \frac{j\omega V_{BE} C_c}{\frac{j\omega}{\omega_1}} = -g_m R_c \omega_1 V_{BE} C_c$$

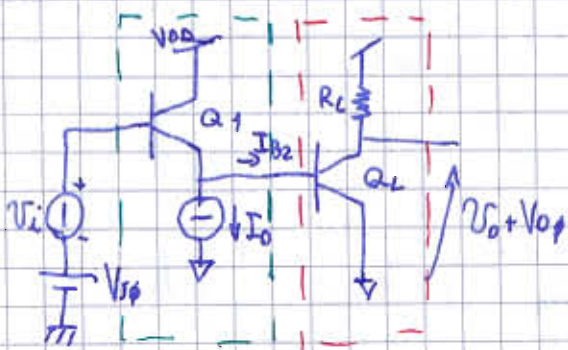
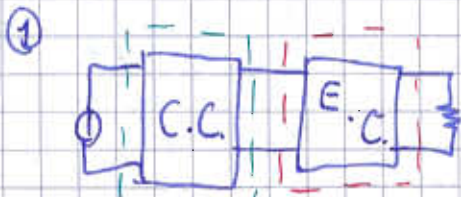
che risulta esattamente uguale a $A_{V_{e.c.}}^{CA}(0) = -g_m R_c \frac{r_{BE}}{R_{e.c.}}$

AMPLIFICATORI MULTISTADIO

Abbiamo visto amplificatori elementari con pro e contro

E.C.	C.C.	VORREI
$ A_v > 1$	$ A_v \leq 1$	$ A_v > 1$
R_o HIGH	R_{in} HIGH	R_{in} HIGH
R_{in} MODERATE	R_o LOW	R_o LOW

Combino quindi più amplificatori elementari in cascata per migliorare il circuito di amplificazione. In questo modo riesco anche ad aumentare il guadagno.



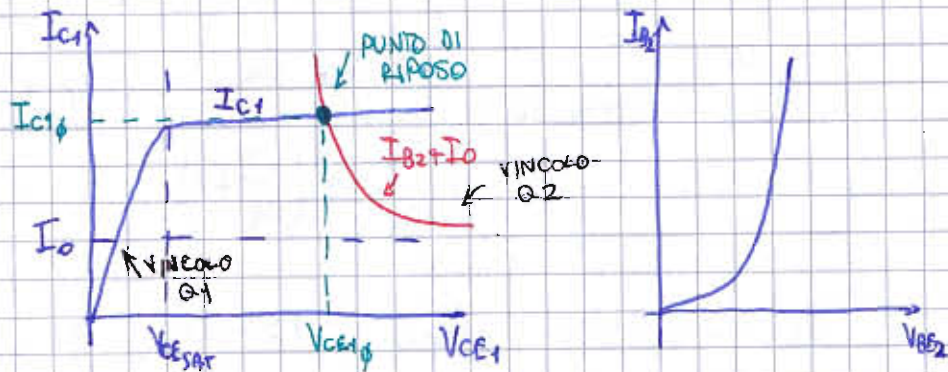
In realtà ho ancora il problema di uscita alta, allora metto un altro stadio a C.C., ma per semplicità qui studio il due stadi.

ACCOPPIAMENTO DIRETTO \rightarrow va bene sul silicio (non su scheda)

$$I_{C1} \approx I_{E1} = I_o + I_{B2}$$

$$I_{B2} = I_{B5} e^{\frac{V_{BE2}}{V_{TH}}}$$

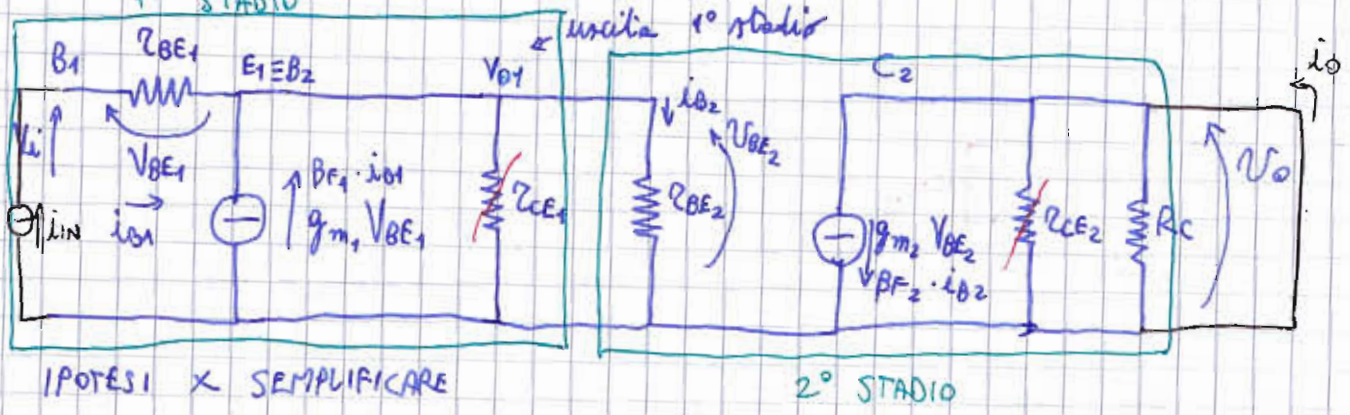
$$V_{BE2} = V_{DD} - V_{CE1}$$



$$I_{B2} + I_o = I_{B5} e^{\frac{V_{DD} - V_{CE1}}{V_{TH}}} + I_o = I_{C1} \quad \text{e trovo il punto di riposo}$$

Ora calcolo il guadagno dello stadio 1.

Disegno il modello alle variazioni



- 1) $r_{CE2} \gg R_c$ TRASCURO r_{CE2}
- 2) $r_{CE1} \gg r_{BE2}$ (dato che $I_{C1} \ll I_{C2}$) TRASCURO r_{CE1}
e riprova

abbiamo due nodi: E_1 e C_2

$V_o = -g_{m2} R_c V_{BE2}$ per la legge di Ohm

$(V_i - V_{o1}) g_{BE1} + g_{m1} (V_i - V_{o1}) - V_{o1} g_{BE2} = 0$ dove $g_{BE1} = \frac{1}{r_{BE1}}$ e $g_{BE2} = \frac{1}{r_{BE2}}$

$V_i (g_{BE1} + g_{m1}) = V_{o1} (g_{BE1} + g_{m1} + g_{BE2})$ dove $g_m = \frac{I_{CQ}}{V_{TH}}$ e $g_{BE1} = \frac{I_{CQ}}{\beta V_{TH}}$

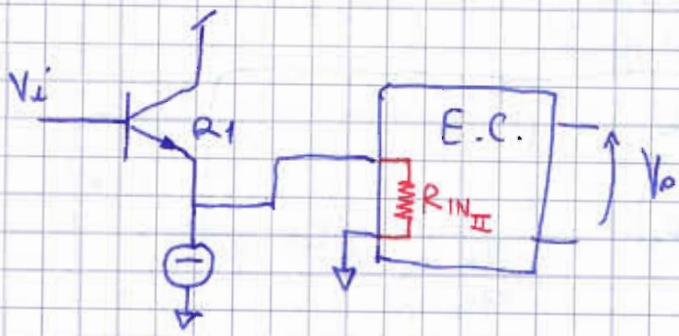
ma $g_{BE1} \ll g_{m1} \Rightarrow$ trascuro g_{BE1}

$V_{o1} = V_i \cdot \frac{g_{m1}}{g_{m1} + g_{BE2}} = V_i \cdot \frac{g_{m1} r_{BE2}}{1 + g_{m1} r_{BE2}} \Rightarrow \frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{g_{m1} r_{BE2}}{1 + g_{m1} r_{BE2}}$

$V_o = -g_{m2} R_c V_{BE2}$ ma $V_{BE2} = V_{o1} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{o1}} = -g_{m2} R_c$

$A_v^{CA} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_{o1}} \cdot \frac{V_{o1}}{V_i} = -g_{m2} R_c \cdot \frac{g_{m1} r_{BE2}}{1 + g_{m1} r_{BE2}}$ GRANDE GUADAGNO GRANDE

Vediamo ora una scorciatoia usando le cose già viste per gli stadi elementari.



$$A_{V I}^{CA} = \frac{g_{m1} \cdot R_{IN II}}{1 + g_{m1} R_{IN II}} = \frac{V_{o1}}{V_i}$$

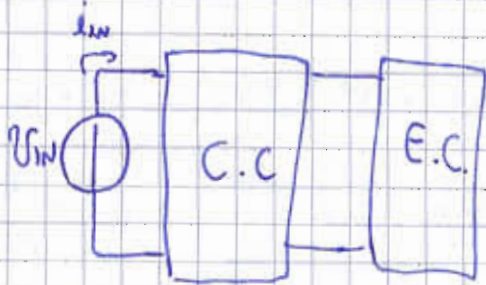
ma $R_{IN II} = R_{IN EC} = r_{BE}$

$$A_{V I}^{CA} = \frac{g_{m1} \cdot r_{BE2}}{1 + g_{m1} r_{BE2}} \quad \text{come trovato prima}$$

$$A_{V E.C.}^{CA} = -g_{m2} R_c \quad \text{lo so da teoria}$$

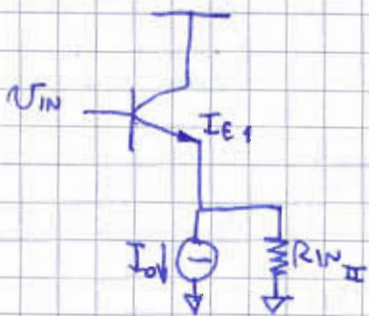
$$A_V^{CA} = \frac{V_o}{V_i} = A_{V II}^{CA} \cdot A_{V I}^{CA}$$

Calcolo ora la resistenza di ingresso di questo circuito, ragione per cui ho combinato stadio a C.C. e stadio a E.C.



$$R_{IN} = \frac{V_{IN}}{i_{IN}}$$

altro modo:



$$R_{IN CC} = r_{BE} + (\beta + 1) R_E = r_{BE1} + (\beta + 1) r_{BE2}$$

\parallel
 $R_{IN II} = r_{BE2}$

E', come mi aspettavo, una resistenza molto grande
RESISTENZA DI INGRESSO GRANDE

Calcolo anche il guadagno di corrente sul modello alle variazioni.

$$A_i^{CC} = \frac{i_o}{i_{in}} \quad \text{aggiungo generatore in ingresso e corto circuito in uscita}$$

$$i_{B2} = i_{B1} (\beta_F + 1)$$

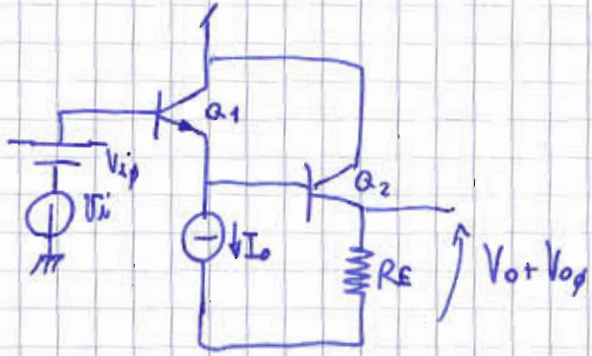
$$i_o = \beta_{F2} (\beta_{F1} + 1) i_{B1} \Rightarrow$$

$$A_I^{CC} = \beta_{F2} (\beta_{F1} + 1)$$

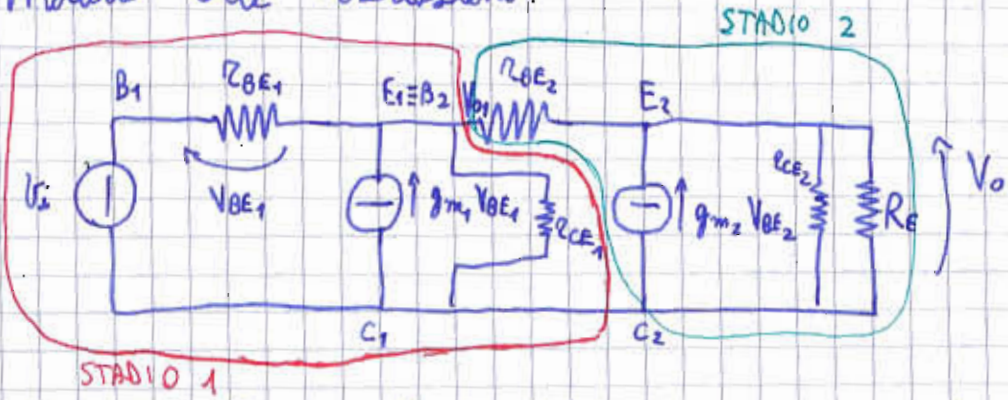
$$i_{B1} = i_{in}$$

21/10/2009

Vediamo l'amplificatore due-stadi C.C → C.C.



Modello alle variazioni:



$$G = \frac{1}{R}$$

$$g_{BE} = \frac{1}{Z_{BE}}$$

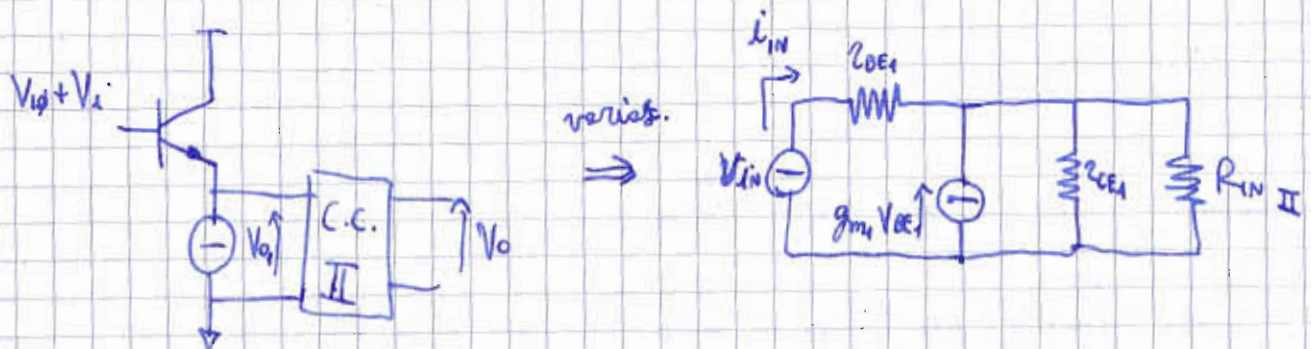
$$g_{CE} = \frac{1}{Z_{CE}}$$

NODO 01 : $(V_i - V_{o1}) g_{BE1} + g_{m1} (V_i - V_{o1}) - V_{o1} g_{CE1} + (V_o - V_{o1}) g_{BE2} = 0$

NODO 02 : $(V_{o1} - V_o) g_{BE2} + g_{m2} (V_{o1} - V_o) - V_o G_E = 0$

trascurando Z_{CE2} perché considero $Z_{CE2} \gg R_E$
 Del sistema riservo $V_o(V_i)$

Provo a usare la "scorciatoia"



$$A_{V_{cc}}^{CA} = \frac{g_m R_E}{1 + g_m R_E} \quad \text{da teoria (trascurando } r_{CE1})$$

$$\frac{V_{O1}}{V_i} = A_{V_{cc}}^{CA} = \frac{g_{m1} R_{INII}}{1 + g_{m1} R_{INII}}$$

Quanto vale R_{INII} ? L'ho già ricavata:

$$R_{INII} = r_{BE2} + (\beta_F2 + 1) R_E$$

$$A_{V_I} = \frac{g_{m1} [r_{BE2} + (\beta_F2 + 1) R_E]}{1 + g_{m1} [r_{BE2} + (\beta_F2 + 1) R_E]} = \frac{V_{O1}}{V_i}$$

$$A_{V_{II}} = \frac{V_o}{V_{O1}} = \frac{g_{m2} R_E}{1 + g_{m2} R_E} \quad \text{da teoria}$$

$$A_V^{CA} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_{O1}}{V_i} \cdot \frac{V_o}{V_{O1}} = A_{V_I} \cdot A_{V_{II}}$$

In realtà per il primo stadio non posso trascurare r_{CE1} perché R_{INII} è abbastanza grande. Per salvare il calcolo basta considerare $R_{INII}^* = R_{INII} // r_{CE1}$ affinché la formula del guadagno sia valida. Per il secondo stadio, invece, è tutto a posto perché R_E è piccolo.

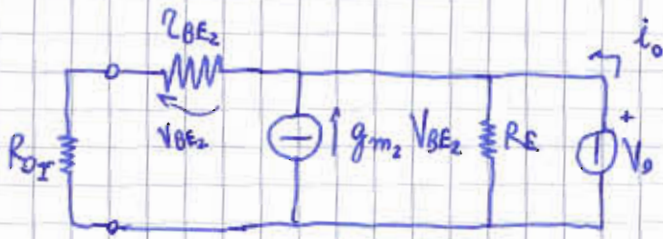
$$R_{IN_{cc}} = R_E (\beta_F + 1) + r_{BE} = R_{INII} (\beta_F + 1) + r_{BE1} \quad \text{o, più precisamente}$$

$$R_{IN} = R_{INII}^* (\beta_F + 1) + r_{BE1}$$

Trascurando r_{CE} e il +1 ottengo

$$R_{IN} \approx (r_{BE2} + R_E \beta_F2) \beta_F1 + r_{BE1} = r_{BE1} + \beta_F1 r_{BE2} + \underline{\underline{\beta_F1 \cdot \beta_F2 R_E}}$$

Incrementa molto la resistenza di ingresso rispetto allo stadio a singolo collettore comune



$$R_o = \frac{V_o}{i_o} \Big|_{V_i=0}$$

Da teoria che la resistenza di uscita del singolo stadio vale

$$R_{oI} = R_E \parallel \left(\frac{R_S + r_{BE}}{\beta_F + 1} \right) \xrightarrow[\text{gen. ideale}]{\text{se } R_S=0} R_E \parallel \frac{r_{BE}}{\beta_F + 1} = \frac{1}{g_m} \parallel R_E$$

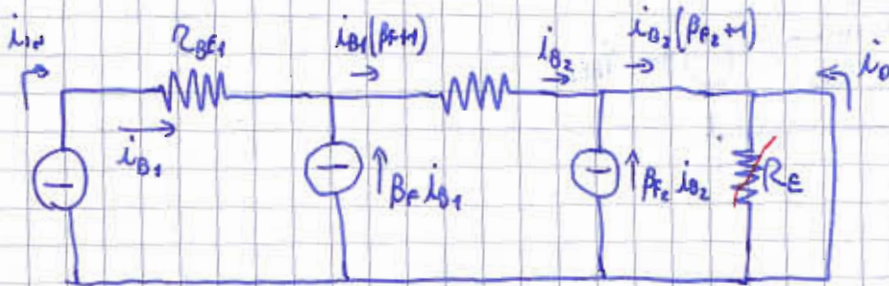
$$R_o = R_{oII} = \frac{R_{oI} + r_{BE2}}{\beta_F + 1} \parallel R_E$$

Resistenza in uscita abbastanza bassa

Ulteriormente bilancio correnti:

$$i_o = \frac{V_o}{R_E} - g_{m2} (V_{BE2}) + \frac{V_o}{r_{BE2} + R_{oI}}$$

$$V_{BE2} = V_o \cdot \frac{R_{oII}}{R_{oI} + r_{BE2}} - V_o$$



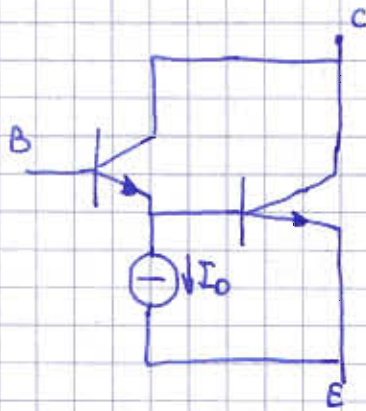
perde con il corto circuito \rightarrow trascuro

$$i_o = -i_{B2} (\beta_{F2} + 1) = -\underbrace{i_{B1}}_{i_{in}} (\beta_{F1} + 1) (\beta_{F2} + 1)$$

$$i_o \approx -i_{in} \beta_{F1} \beta_{F2}$$

$$A_{II}^{cc} \approx -\beta_{F1} \beta_{F2}$$

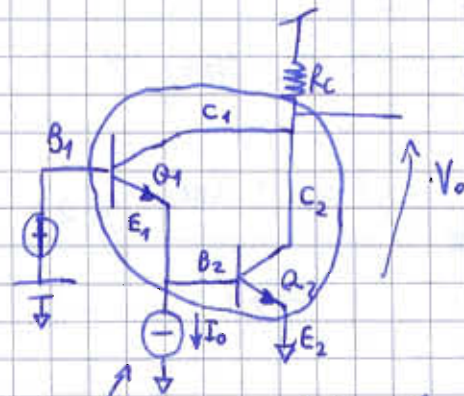
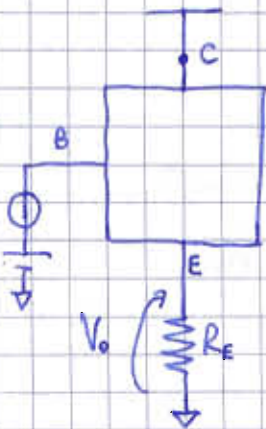
CONFIGURAZIONE DARLINGTON



Tiene usata nella combinazione a E.C. o in quella a C.C. I due transistor si considerano come uno unico.

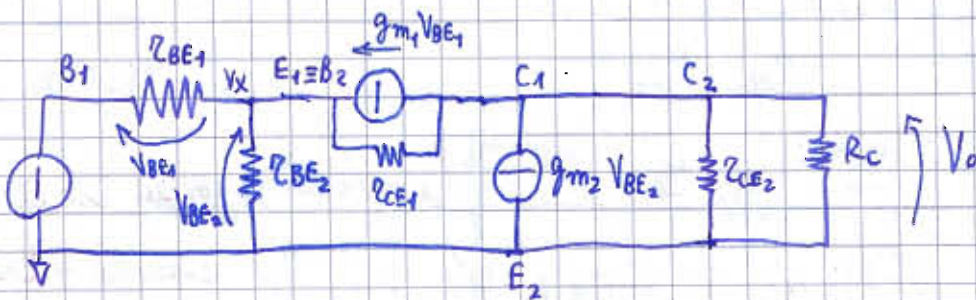
CONFIGURAZIONE C.C.

CONFIGURAZIONE E.C.



serve per cambiare la corrente di B_2

MODELLO ALLE VARIAZIONI



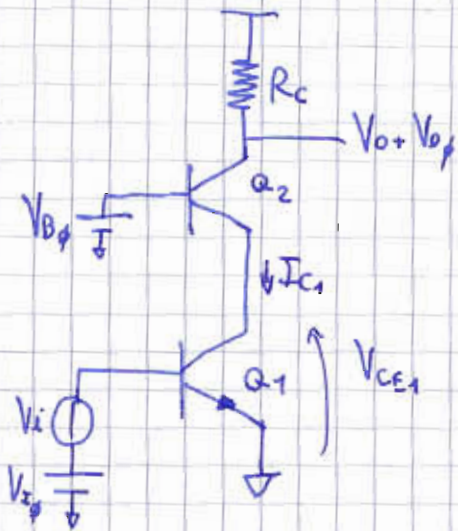
Trascuro r_{CE2} perché considero $R_C \ll r_{CE2}$

$$\text{NODO } E1: \begin{cases} (V_x - V_i) g_{BE1} + V_x g_{BE2} + (V_x - V_0) g_{CE1} - g_{m1} (V_i - V_x) = 0 \end{cases}$$

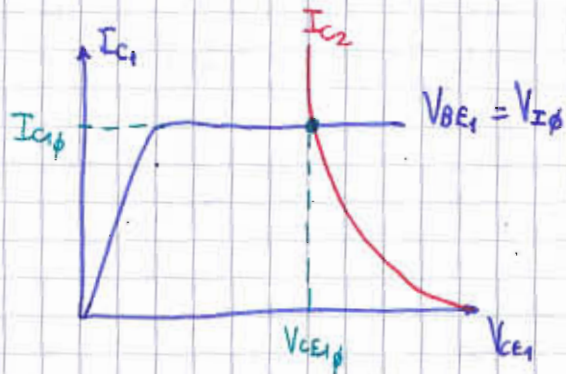
$$\text{NODO } O: \begin{cases} g_{m2} V_x + V_0 G_C + (V_0 - V_x) g_{CE1} + g_{m1} (V_i - V_x) = 0 \end{cases}$$

Risolviendo il sistema trovo il guadagno e $V_0(V_i)$.

AMPLIFICATORE CASCODE

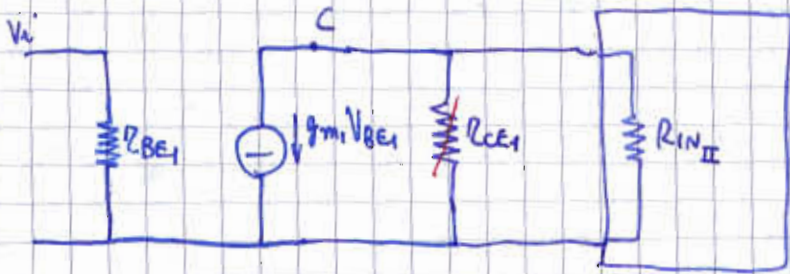


Q2 è a base comune
Q1 è a emettitore comune



$$I_{C2} = I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_{TH}}} = I_S e^{\frac{V_{BP} - V_{CE1}}{V_{TH}}} \quad \text{considero } I_{E2} \approx I_{C2}$$

$$I_{C1} = I_{E2} \approx I_{C2}$$



$$A_{V_{e.c.}}^{CA} = -g_{m1} R_c$$

$$A_{V_E} = \frac{V_{o1}}{V_i} = -g_{m1} (R_{inII} \parallel r_{BE1}) \quad \text{ma } R_{inII} = R_{in_{o.c.}} \approx \frac{r_{BE2}}{\beta_F + 1} \approx \frac{1}{g_{m2}} \ll r_{CE1}$$

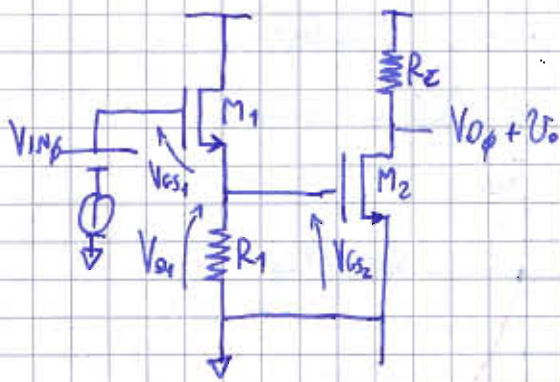
$$\frac{V_{o1}}{V_i} \approx -g_{m1} \cdot \frac{1}{g_{m2}}$$

$$\frac{V_o}{V_{o1}} = A_{V_{o.c.}}^{CA} = g_{m2} R_c$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A_V = \frac{V_{o1}}{V_i} \cdot \frac{V_o}{V_{o1}} \approx -g_{m1} \cdot \frac{1}{g_{m2}} \cdot g_{m2} R_c = -g_{m1} R_c$$

Stesso guadagno dello stadio a emettitore comune semplice.

ESERCIZIO



$$V_T = 0,5 \text{ V}$$

$$V_{DD} = 5 \text{ V}$$

$$K'_m = 100 \mu\text{A}/\text{V}^2$$

$$V_{INg} = 1,73 \text{ V}$$

$$V_{Op} = ?$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_1 = 150$$

$$R_1 = 2,5 \text{ k}\Omega$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_2 = 60$$

$$R_C = 4 \text{ k}\Omega$$

$$V_{Op} = V_{DD} - R_C I_{D2}$$

$$I_{D2} = \frac{K'_m}{2} \left(\frac{W}{L}\right)_2 (V_{GS2} - V_T)^2 \quad \text{Hp } M_2 \text{ SAT}$$

$$V_{GS2} = V_{O1}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{O1} = R_1 \cdot I_{D1} \\ V_{O1} = V_{INg} - V_{GS1} \end{array} \right\} V_{INg} - V_{GS1} = R_1 \cdot \frac{K'_m}{2} \left(\frac{W}{L}\right)_1 (V_{GS1} - V_T)^2 \quad \text{Hp } M_1 \text{ SAT}$$

Ricavo $V_{GS1} \rightarrow V_{O1} \rightarrow I_{D2} \rightarrow V_{Op}$

$$V_{GS1} = 0,216 \text{ V} < V_T \quad \text{e} \quad \boxed{V_{GS1} = 0,731 \text{ V}}$$

$$M_1 \text{ SAT} \Leftrightarrow V_{DS1} > V_{GS1} - V_T \quad \text{cioè} \quad V_{DD} - V_{GS2} > V_{GS1} - V_T \quad \text{ma} \quad V_{GS2} = V_{O1} = V_{INg} - V_{GS1}$$

$$5 - 1,73 + V_{GS1} > V_{GS1} - V_T \quad \underline{\text{VERO}}$$

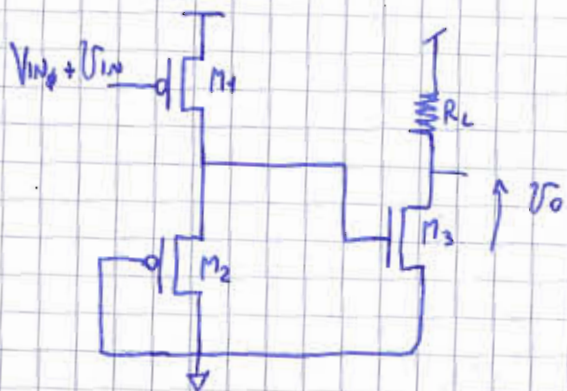
$$V_{O1} = 1,73 - 0,73 = 1 \text{ V} = V_{GS2}$$

$$I_{D2} = 100 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot (1 - 0,5)^2 = 0,75 \text{ mA}$$

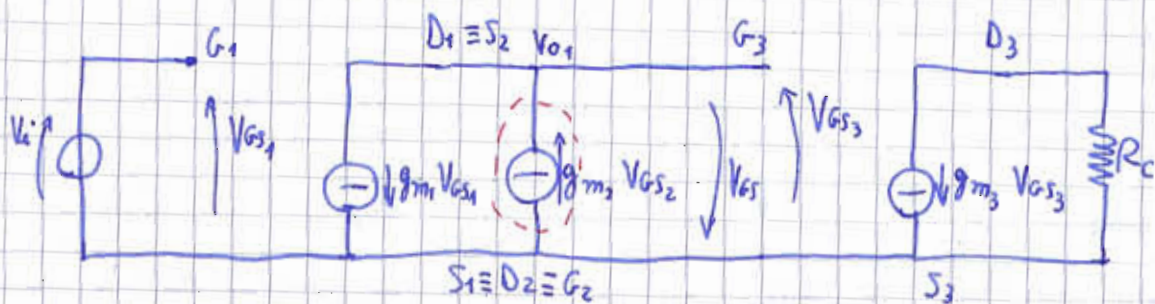
$$V_{Op} = 5 - 4000 \cdot 0,75 \text{ mA} = 2 \text{ V}$$

ESERCIZIO

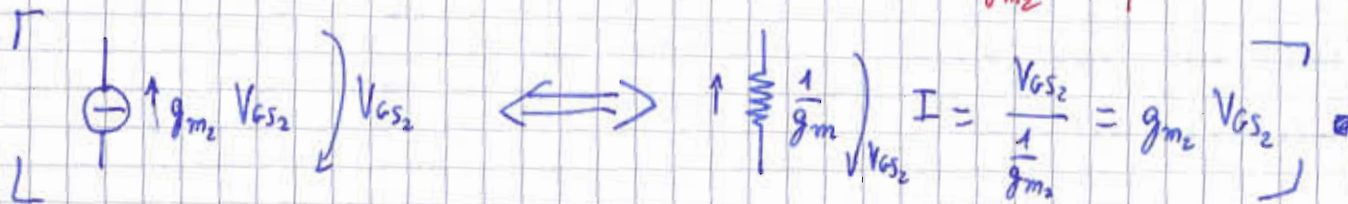
Calcolare $\frac{V_o}{V_i} = A_v$ dati $g_{m1,2,3}$ e R_L



Usa il modello alle variazioni a 1 parametro per il mos



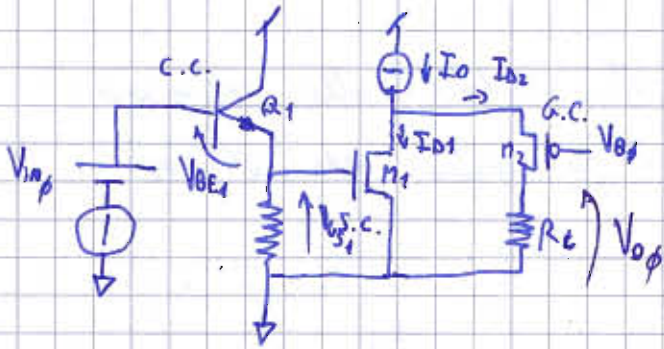
Posso sostituirlo con una resistenza di valore $\frac{1}{g_{m2}}$



$$\left. \begin{aligned}
 V_{o1} &= -g_{m1} V_{GS1} \cdot \frac{1}{g_{m2}} = -\frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot V_i \\
 V_o &= -g_{m3} V_{GS3} R_c = -V_{o1} g_{m3} R_c
 \end{aligned} \right\} V_o = \frac{g_{m1} g_{m3}}{g_{m2}} V_i R_c$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = g_{m1} g_{m3} \cdot \frac{R_c}{g_{m2}}$$

09/01/2008



- $V_{DD} = 10V$
- $V_{inφ} = 1,5V$
- $I_0 = 350μA$
- $V_{Tn} = -V_{Tp} = 0,5V$
- $K'_n = 100μA/V^2$
- $K'_p = 35μA/V^2$
- $V_{outφ} = 5V$
- $R_c = 8kΩ$
- $(\frac{W}{L})_1 = 50$
- $(\frac{W}{L})_2 = 100$
- $V_{outφ} = ?$

$$\begin{cases} V_{outφ} = R_c \cdot I_{02} \\ I_0 = I_{02} + I_{01} \Rightarrow I_{02} = I_0 - I_{01} \\ I_{01} = \frac{K'_n}{2} \left(\frac{W}{L}\right)_1 \cdot (V_{GS1} - V_{Tn})^2 & \text{Hp } M_1 \text{ SAT} \\ V_{GS1} = V_{inφ} - V_{BE1} = 0,8V & \text{assume BJT ON} \\ V_{BE1} \approx V_\gamma = 0,7V \end{cases}$$

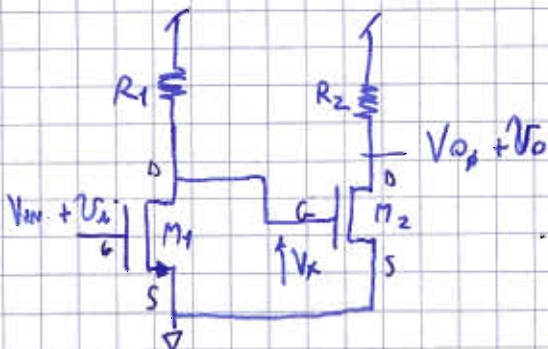
$$\begin{cases} V_{outφ} = 1V \\ I_{02} = 0,125mA \\ I_{01} = 0,225mA \end{cases}$$

Dimostrare le ipotesi fatte:

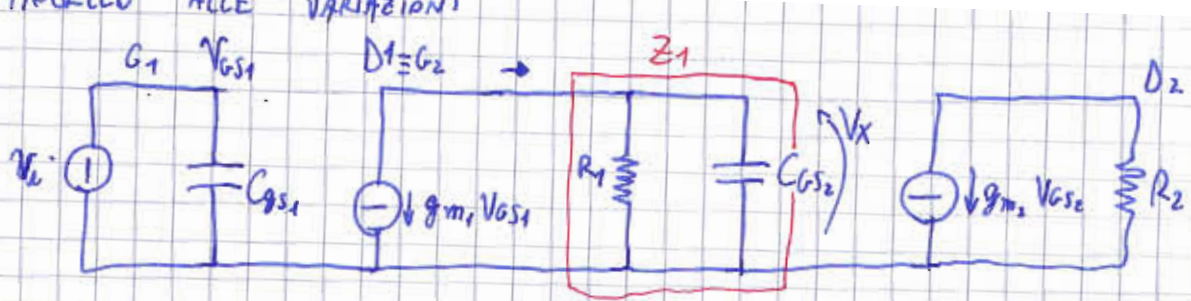
$$V_{GS1} > V_{GS1} - V_T \quad V_{GS1} = V_{outφ} + V_{GS2}$$

$$V_{GS2} = V_T + \sqrt{\frac{2I_{02}}{K'_p \left(\frac{W}{L}\right)_2}}$$

02/02/2007



- $R_1 = 800Ω$
- $R_2 = 400Ω$
- $g_{m1} = 50mS$
- $g_{m2} = 25mS$
- $C_{GS1} = 0,5pF$
- $C_{GS2} = 0,25pF$
- $f = 1GHz$
- $|A_{Vx}| = \left| \frac{V_x}{V_i} \right| = ?$



Non posso ignorare il secondo stadio perché contribuisce a modificare V_x con C_{GS2} .

$V_{GS1} = V_i$ perché non c'è nessuna caduta di tensione su resistenza

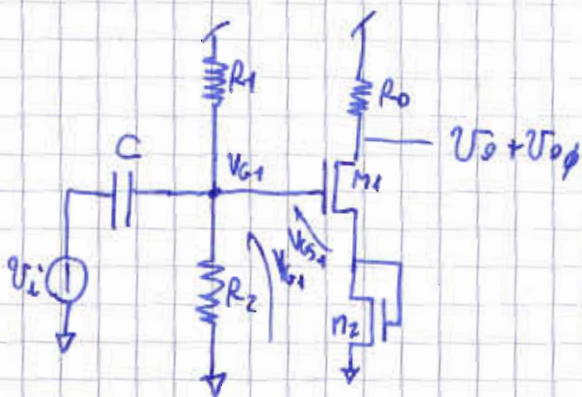
$$Z_1 = R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C_{GS2}} = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C_{GS2}}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_{GS2}}} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_{GS2} R_1}$$

$\text{per } f=0, Z_1=R_1 \text{ come è giusto che sia}$

$$V_x = -g_{m1} V_{GS1} Z_1 = -V_i g_{m1} Z_1 \Rightarrow A_{V_x} = \frac{V_x}{V_i} = -g_{m1} \frac{R_1}{1 + j\omega C_{GS2} R_1}$$

$$|A_{V_x}|_{f=1\text{GHz}} = \frac{g_{m1} R_1}{\sqrt{1 + \omega^2 C_{GS2}^2 R_1^2}} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 800}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 10^9)^2 \cdot (0,25 \cdot 10^{-12})^2 \cdot 800^2}} = \frac{40}{1,605} = 24,9$$

04/09/2007



$$A_{V_{cb}} = \left(\frac{v_o}{v_i} \right)_{cb} = ?$$

$$V_{DD} = 4,5\text{V}$$

$$K'_n = 420 \mu\text{A}/\text{V}^2$$

$$\left(\frac{W}{L} \right)_1 = \left(\frac{W}{L} \right)_2 = 30$$

$$V_T = 1\text{V}$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$R_0 = 700 \Omega$$

$$R_1 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 400 \text{ k}\Omega$$

In centro banda il condensatore è un corto circuito.

$$V_{G1} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 3\text{V}$$

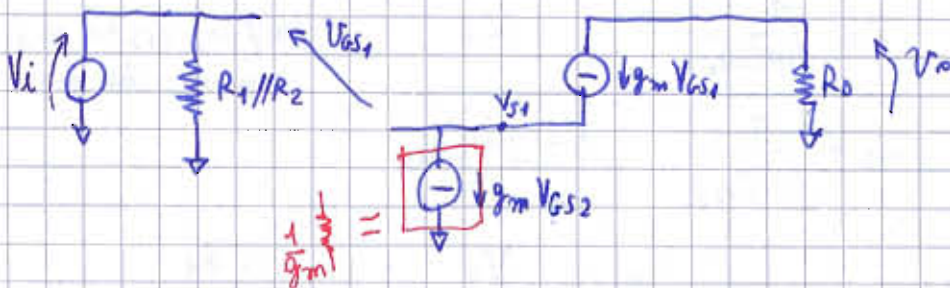
partitore \rightarrow perché $I_A = 0$ (ideale)

$$I_{D1} = \frac{\beta_1}{2} (V_{GS1} - V_T)^2 \text{ ho } V_{GS1} \text{ ma io conosco } V_{GS1} \dots \text{ pero: } \begin{cases} \left(\frac{W}{L}\right)_1 = \left(\frac{W}{L}\right)_2 \\ I_{D1} = I_{D2} \Rightarrow V_{GS1} = V_{GS2} \\ M_1 = M_2 \end{cases}$$

$$V_{GS1} + V_{GS2} = V_{G1} = 2V_{GS}$$

$$V_{GS} = \frac{V_{G1}}{2} = \frac{V_{DD}}{2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 1,5 \text{ V} \quad I_{D1} = \frac{1}{2} \cdot 420 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot (1,5 - 1)^2 = 1,575 \text{ mA}$$

Conosco I_{D1} . Poi $g_{m1} = g_{m2} = \sqrt{2K'_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 I_{D1}} = K'_n \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)$



$$V_o = -g_m V_{GS1} R_o$$

$$V_{GS1} = V_i - V_{S1}$$

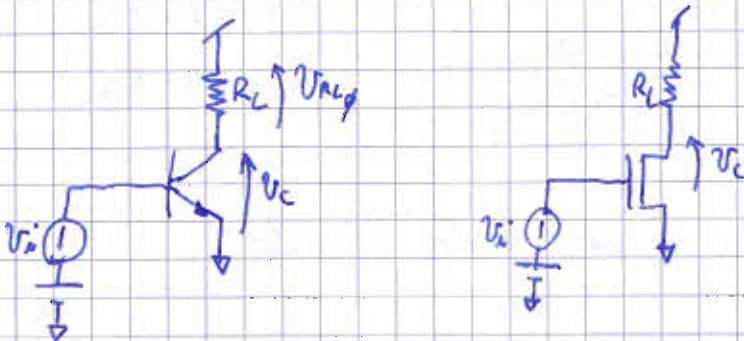
$$V_{S1} = g_m V_{GS1} \cdot \frac{1}{g_{m1}} = V_{GS1}$$

$$\Rightarrow V_i = 2 V_{GS1} \Rightarrow V_{GS1} = \frac{V_i}{2}$$

$$V_o = -g_m R_o \frac{V_i}{2} \Rightarrow A_v = -\frac{g_m R_o}{2}$$

CARICHI ATTIVI

Qual è il massimo A_v di



$$|A_{V_{OUT}}| \stackrel{r_{CE} \gg R_L}{\approx} g_m R_L = \frac{I_{CQ}}{V_{TH}} R_L = \frac{V_{RLQ}}{V_{TH}} \quad \text{voglio aumentare al massimo } V_{RLQ} \text{ e quindi } R_L.$$

Il limite è la tensione di alimentazione

$$V_{CE} > V_{CE_{SAT}}$$

$$V_{DD} - V_{RLQ} > V_{CE_{SAT}} \Rightarrow V_{RLQ} < V_{DD} - V_{CE_{SAT}} < V_{DD}$$

$$\Rightarrow |A_{V_{OUT}}| < \frac{V_{DD}}{V_{TH}} \quad \text{ES. se } V_{DD} = 5V, \text{ il guadagno massimo sarà } 200.$$

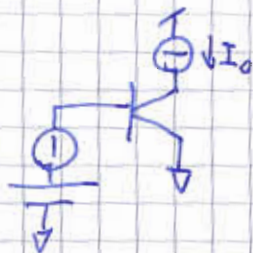
$$|A_{V_{MOS}}| \stackrel{r_{OS} \gg R_L}{\approx} g_m R_L = \sqrt{2\beta I_D} \cdot R_L = \sqrt{2\beta} \sqrt{I_D \cdot R_L \cdot R_C} < \sqrt{2\beta V_{DD} R_C} \quad \text{limite massimo}$$

$V_{RLQ}, \text{ al max } V_{DD}$

$$V_{DS} > V_{DS_{SAT}} = V_{GS} - V_T$$

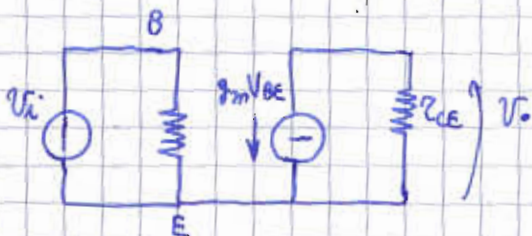
$$V_{DS} = V_{DD} - I_D R_C \Rightarrow I_D R_C < V_{DD}$$

Come faccio a rimuovere questi limiti? Elimino il resistore e metto un generatore di corrente

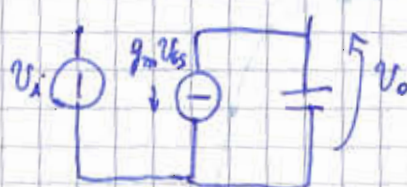


$$|A_V^*| = g_m r_{CE} = \frac{I_{CQ}}{V_{TH}} \cdot \frac{|V_A|}{I_{CQ}} = \frac{|V_A|}{V_{TH}} \quad \text{TENSIONE DI EARLY}$$

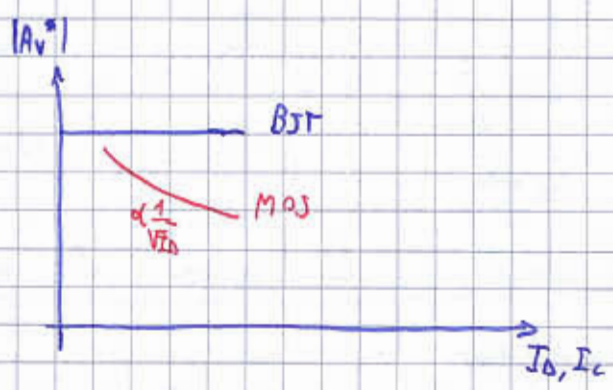
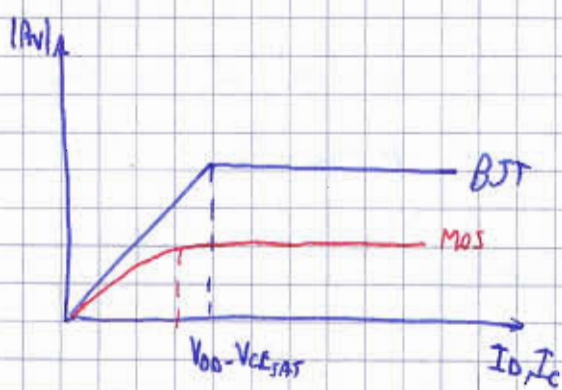
non c'è più limite



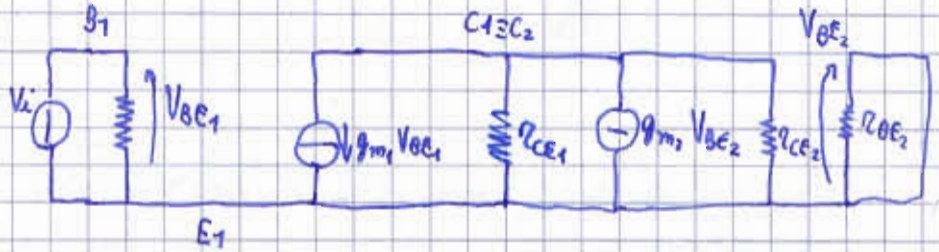
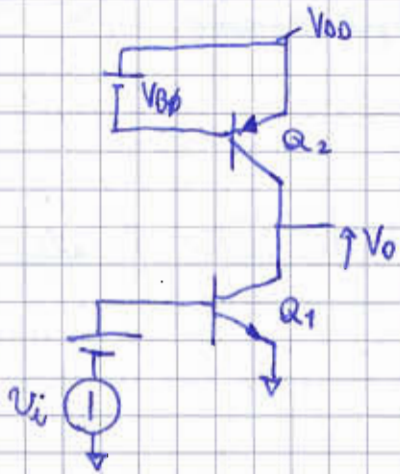
Lo stesso vale per il MOS



$$|A_V| = g_m r_{OS} = \sqrt{2\beta I_D} \cdot \frac{1}{2I_D} = \frac{\sqrt{2\beta}}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{I_D}}$$



Come faccio a fare il generatore di corrente?



$V_{BE2} = 0$ perché resistenza cortocircuitata
 $\Rightarrow g_{m2} V_{BE2} = 0$



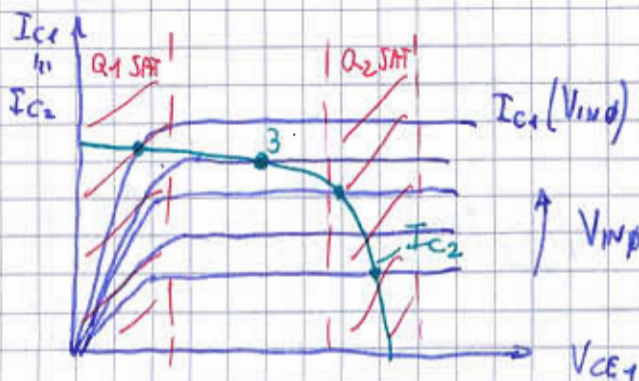
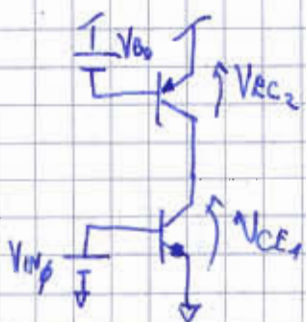
$$V_o = -g_{m1} V_i \cdot r_{CE1} \parallel r_{CE2} \Rightarrow A_v = -g_{m1} \cdot \frac{r_{CE1} \parallel r_{CE2}}{2} = -\frac{1}{2} \frac{I_{CQ}}{V_{TH}} \cdot \frac{|V_A|}{I_{CQ}} \cdot \frac{|V_A|}{V_{TH}} \cdot \frac{1}{2}$$

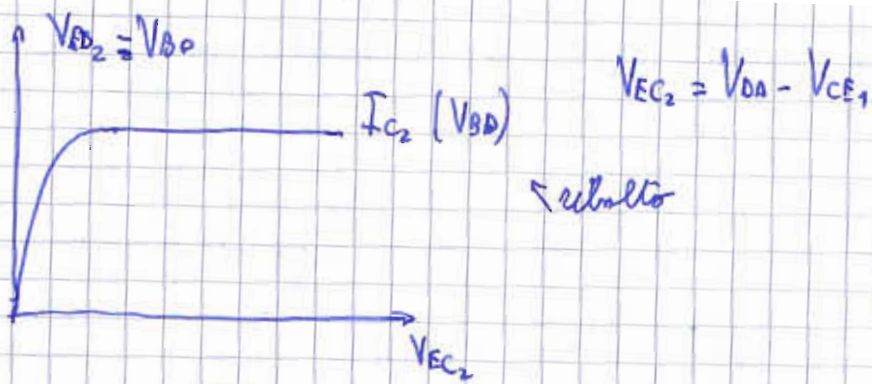
$$|A_{vmp}| = |A_{vnp}|$$

$$r_{CE1} = r_{CE2} = r_{CE} \quad (I_{C1} = I_{C2})$$

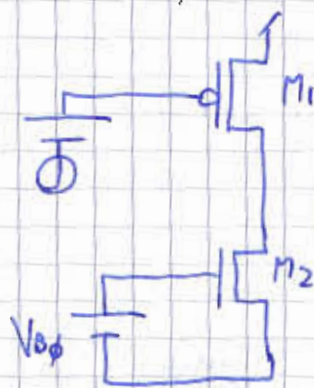
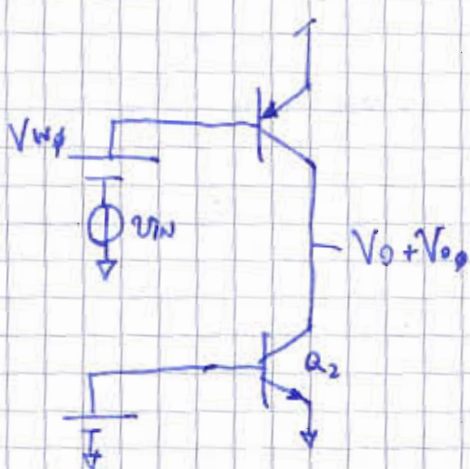
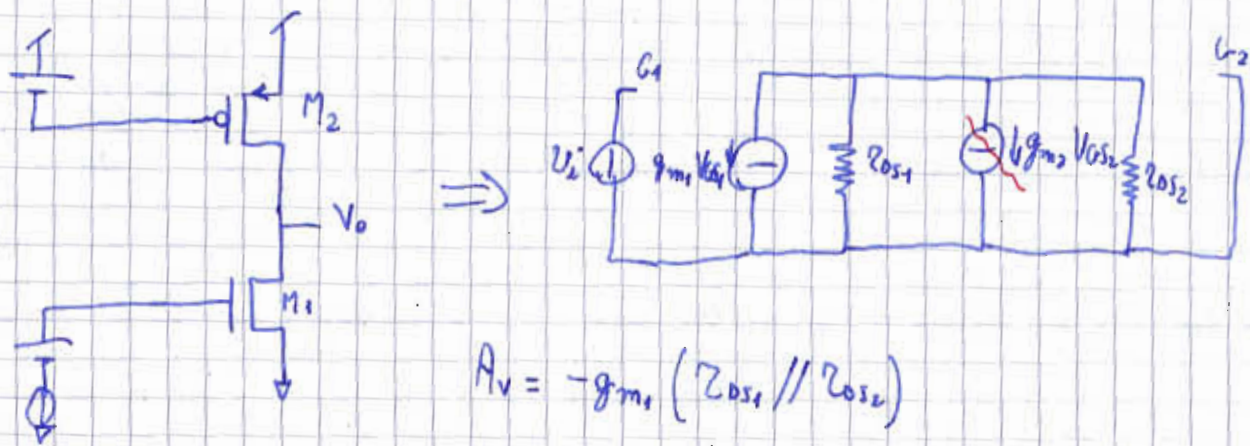
lo stesso guadagno di prima eccetto per $\frac{1}{2}$

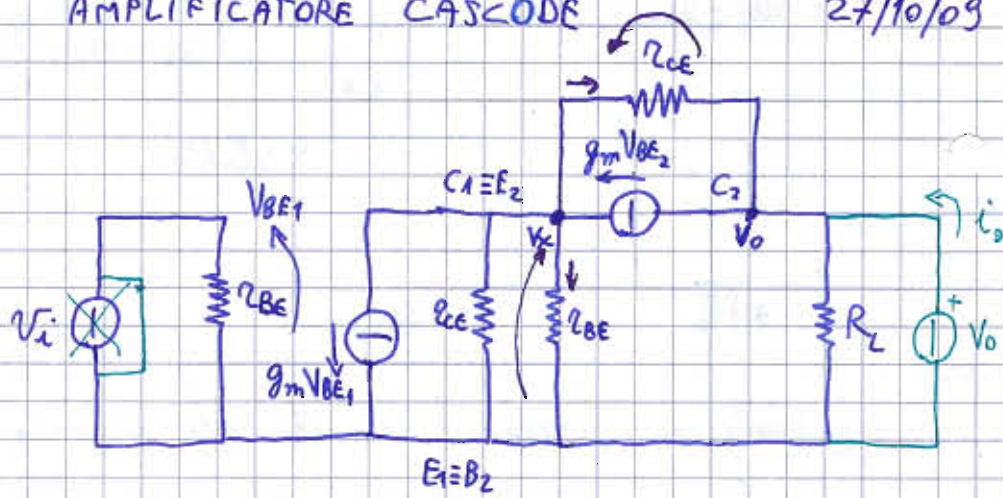
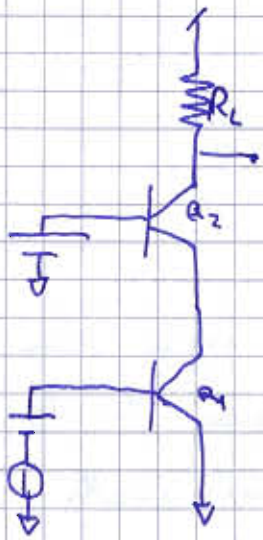
CARICO ATTIVO \rightarrow circuito fatto con BJT (moduli attivi) per fare il carico.





Il punto di riposo β è il più indicato perché vogliamo che entrambi i BJT siano in A.D. così le variazioni di I_B non influenzano l'uscita e I_C non dipende dall'uscita. In saturazione il β crolla e la corrente di collettore è comandata dalla tensione di uscita.





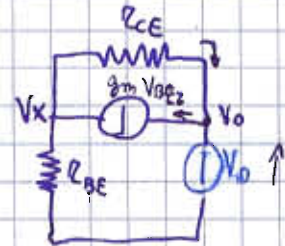
Modifiche per calcolare Rout

$R_1 = R_2$

Elimino R_L e trovo $R_o' = \frac{v_o}{i_o} \Rightarrow R_o = R_o' // R_L$

$V_{BE1} = 0$ perché corto circuito $\Rightarrow g_m V_{BE1} = 0$

Ipotesi $r_{CE} \gg r_{BE}$ e trascuro $r_{CE} \Rightarrow$



$V_x g_{BE} + (V_x - V_o) g_{CE} - g_m (0 - V_x) = 0$ bilancio correnti nodo X
 $V_{BE2} = V_{B2} - V_{E2}$

$g_m (-V_x) + (V_o - V_x) g_{CE} = i_o$ bilancio correnti nodo O

$V_x (g_{BE} + g_{CE} + g_m) = V_o \cdot g_{CE}$ $g_{BE} = \frac{g_m}{\beta} \Rightarrow g_{BE} \ll g_m \Rightarrow$ trascuro

$V_x = \frac{V_o \cdot g_{CE}}{g_{BE} + g_{CE} + g_m}$ $g_{CE} \ll g_{BE} \ll g_m \Rightarrow$ trascuro anche g_{CE}

$-V_o \frac{g_m g_{CE}}{g_{BE} + g_{CE} + g_m} + V_o g_{CE} = i_o$ $V_o \frac{g_{BE} g_{CE} + g_{CE}^2}{g_{BE} + g_{CE} + g_m} = i_o$

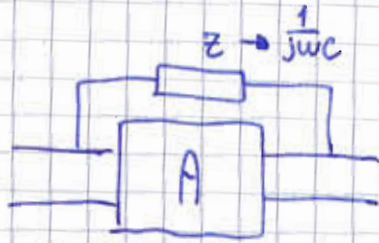
$R_o' = \frac{v_o}{i_o} = \frac{g_{BE} + g_{CE} + g_m}{g_{BE} g_{CE} + g_{CE}^2} = \frac{1/r_{BE} + 1/r_{CE} + g_m}{\frac{1}{r_{BE} r_{CE}}} = \frac{r_{CE} + r_{BE} + r_{BE} r_{CE} g_m}{r_{BE} r_{CE}} = \frac{1}{r_{BE} r_{CE}}$

$$Z_{Lo}' = Z_{CE} + Z_{BE} + Z_{BE} Z_{CE} g_m \approx Z_{CE} (1 + Z_{BE} g_m) = Z_{CE} (1 + \beta)$$

Guadagno di tensione $A_v^{CA} = -g_m R_L$ non cambia (rispetto E.C.)

Resistenza di ingresso $R_{IN_{EC}} = Z_{BE} = R_{IN_{casc.}}$ non cambia

Si usa l'amplificatore cascade anche se non cambiano \uparrow e costa un BJT in più perché ha un migliore comportamento in frequenza grazie al teorema di Miller.



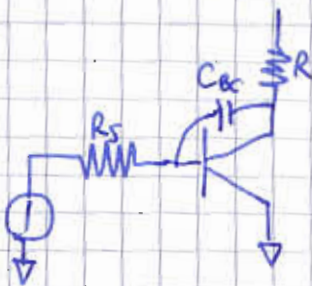
\approx



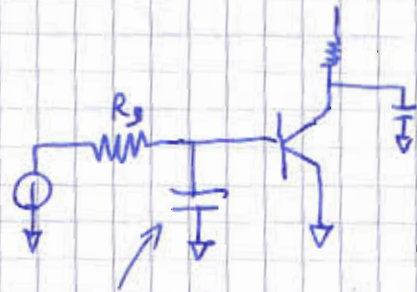
$$Z_1 = \frac{Z}{1-A} = \frac{1}{jwC_1(1+A)}$$

$$Z_1 \rightarrow C_1 = C(1-A)$$

Nell'amplificatore cascade (modello alle variazioni)



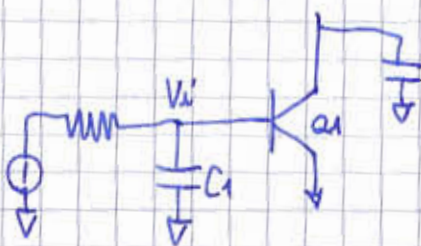
Z_1 di Norton



$$C_{bc}(1-A) \approx C_{bc}(1 - (-g_m R_c))$$

Si introduce un polo dovuto alla coppia R_s e C_{bc} (grande) ed è un problema.

Per il teorema di Miller posso spostare C_{bc} e dividerlo in due condensatori.



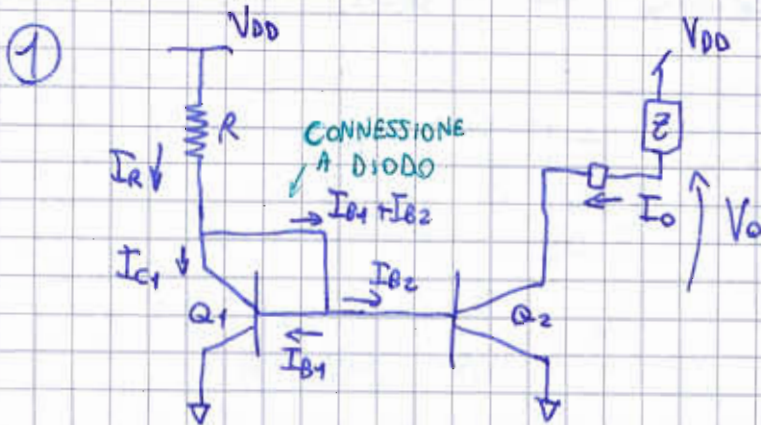
$$C_1 = C_{bc}(1 - A_v) \approx 2C_{bc_1}$$

$$\approx -1$$

Riduce la capacità equivalente che viene vista in ingresso, perché viene sempre moltiplicato per 2 (non per di più).

SPECCHI DI CORRENTE

Carrellata di circuiti che posso sostituire al generatore di corrente.



Dimostro che per certi valori di I_0 , R , fornisce una corrente dipendente da R .

Nel modello con transistor pnp sostituisco Q_2 con questo per eliminare il generatore di corrente.

$$I_0 = I_{C2} \approx I_R \quad I_{C1} \approx I_S e^{V_{BE1}/V_{TH}} \quad I_{C2} \approx I_S e^{V_{BE2}/V_{TH}} \Rightarrow V_{BE1} = V_{BE2} \Rightarrow I_{C1} \approx I_{C2}$$

trascurare l'effetto Early

$$I_R = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} = I_{C1} + \frac{I_{C1}}{\beta_F} + \frac{I_{C2}}{\beta_F} \approx I_{C2} + \frac{I_{C2}}{\beta_F} + \frac{I_{C2}}{\beta_F}$$

$$I_R = I_{C2} \left(1 + \frac{2}{\beta_F} \right) \Rightarrow I_0 = \frac{I_R}{1 + \frac{2}{\beta_F}} \approx I_R \left(1 - \frac{2}{\beta_F} \right)$$

↑ *non trascurare*

↑ *sviluppo Taylor $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$*

ERRORE DI COPIATURA

$I_R \rightarrow$ tensione di riferimento

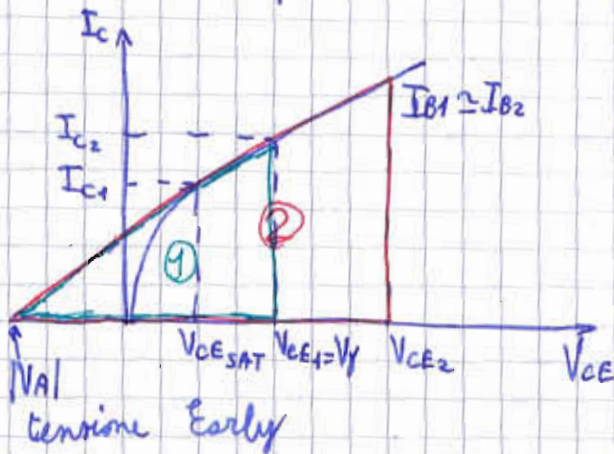
$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_{DD} - V_{BE}}{R} \approx \frac{V_{DD} - V_Y}{R}$$

Tutto questo se Q_1, Q_2 sono in A.D.

Q_1 è in AD perché $V_{CE1} = V_{BE} \approx V_Y > V_{CE_{SAT}}$ SÌ

Q_2 è in AD se $V_o > V_{CE_{SAT}}$, quindi la tensione minima ammissibile per V_o è circa 0,2V.

Vediamo ora come impatta sulle correnti di uscita l'effetto Early che fino ad ora abbiamo trascurato



notizia $I_{C1} \approx I_{C2}$

Il triangolo ① è simile al triangolo ②.

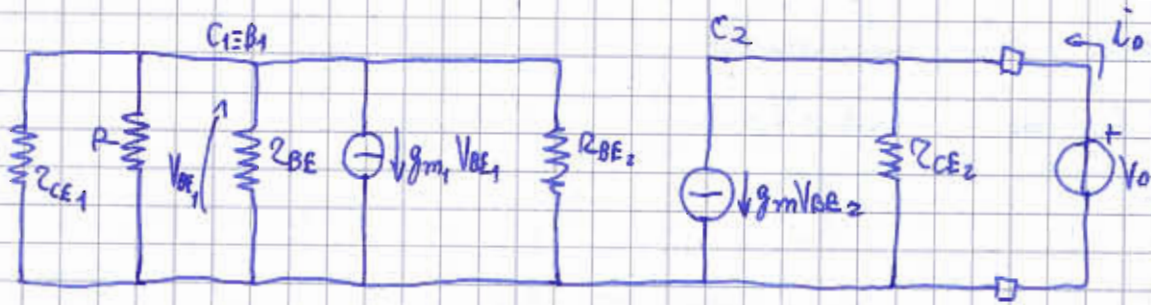
$$\frac{I_{C2}}{I_{C1}} = \frac{|V_A| + V_{CE2}}{|V_A| + V_Y} = \frac{|V_A| + V_o}{|V_A| + V_Y}$$

analiticamente

$$I_{C1} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{V_{CE1}}{|V_A|} \right)$$

$$I_{C2} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{V_{CE2}}{|V_A|} \right)$$

$$\frac{I_{C2}}{I_{C1}} =$$



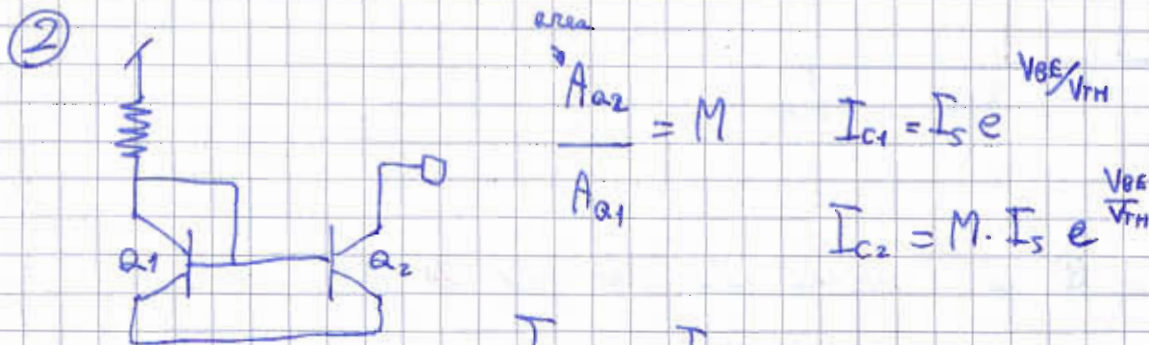
$$V_{BE1} = V_{BE2} = V_{BE}$$

$g_{m1} V_{BE}$ è controllatore della tensione ai suoi capi, quindi è assimilabile a una resistenza pari a $1/g_{m1}$.

$V_{BE} = 0$ perché non ci sono generatori. $\Rightarrow g_{m2} V_{BE2} = 0$

$$R_o = \frac{V_o}{I_o} = R_{CE2} = \frac{|V_A|}{I_{C2}} \quad \text{abbastanza grande}$$

Se $R_o \rightarrow \infty$, la corrente non varia se varia la tensione \Rightarrow vero generatore di corrente.



area $\Rightarrow A_{a2} = M$

$$I_{C1} = I_S e^{V_{BE}/V_{TH}}$$

$$I_{C2} = M \cdot I_S e^{V_{BE}/V_{TH}}$$

$$\frac{I_{C2}}{I_{C1}} = \frac{I_o}{I_{C1}} = M$$

$I_{C1} \uparrow I_{C1}$ trascurato effetto Early $I_{C1} = \frac{I_o}{M}$

$$I_R = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} = I_{C1} + \frac{I_{C1}}{\beta} + \frac{I_o}{\beta} = \frac{I_o}{M} + \frac{I_o}{M\beta} + \frac{I_o}{\beta} =$$

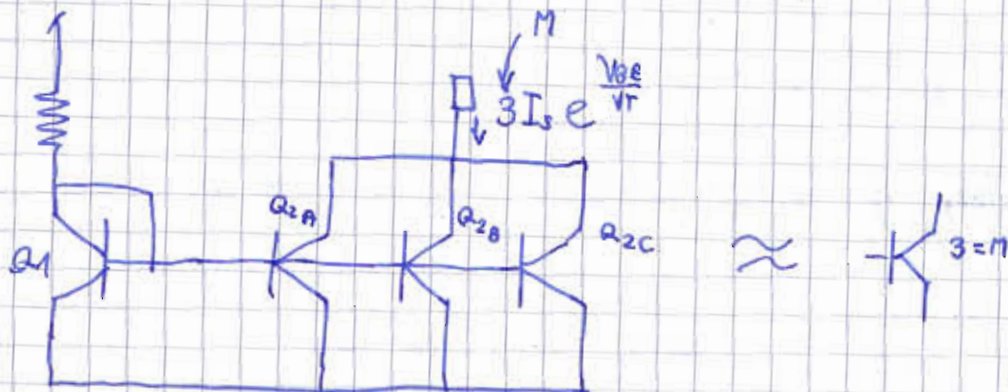
$$= \frac{I_o}{M} \left(1 + \frac{1}{\beta} + \frac{M}{\beta} \right) \Rightarrow I_o = M \cdot I_R \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\beta}(M+1)}$$

Payk \downarrow

$$= M I_R \left[1 - \frac{1}{\beta}(M+1) \right]$$

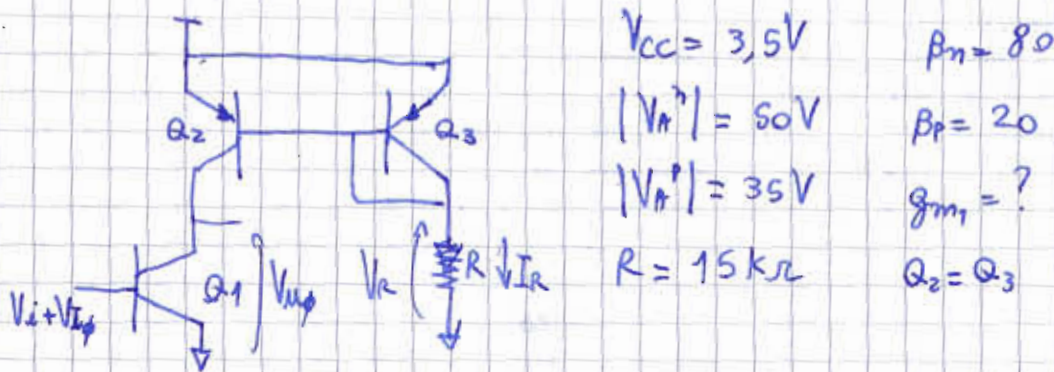
Le $\frac{A_{v1}}{A_{v2}} = M$ (inverso), $I_{o2} \approx \frac{I_e}{M}$

Mettendo n BJT in parallelo ottengo il mio valore M .



La stessa cosa vale con transistori pnp, ma devo cambiare il verso della corrente.

ESERCIZIO 06/07/2009



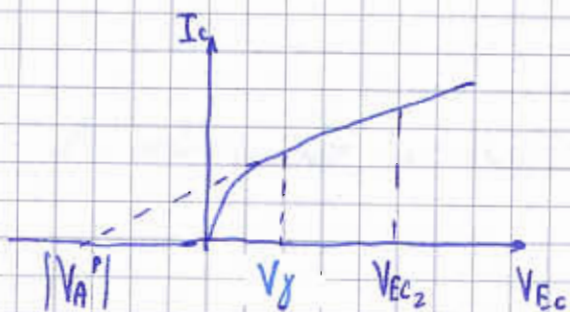
Nota che Q_2 e Q_3 formano uno specchio di corrente e che dato $Q_2 = Q_3$ l'errore di copiatura è circa 1.

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_{DD} - V_{EB}}{R} = \frac{V_{DD} - V_T}{R} = 186,67 \mu A$$

$$I_{C2} \approx I_{C3} = I_e \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta_p}} = 169,7 \mu A$$

↑
trascurato
effetto
Early

Considero la tensione di Early



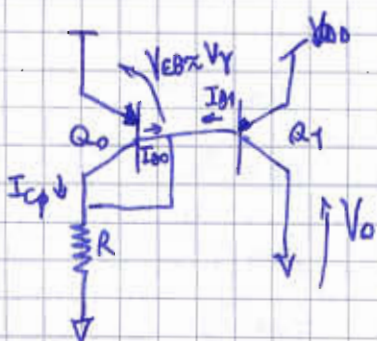
$$\Rightarrow \frac{I_{C2}}{I_{C3}} = \frac{|V_A| + V_{EC2}}{|V_A| + V_\gamma}$$

$V_{EC3} = V_{EB3} = V_\gamma$ perché emettitore e base sono allo stesso potenziale

$$I_{C2} = I_{C3} \cdot \frac{|V_A| + V_{EC2}}{|V_A| + V_\gamma} \quad \text{dove } V_{EC2} = V_{DD} - V_{ump}$$

$$g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_{TH}} = \frac{I_{C2}}{V_{TH}} \approx 7 \text{ mS}$$

28/10/2009



$$Q_0 \approx Q_1$$

$$I_{C0} \frac{V_r}{R} = \frac{V_{DD} - V_\gamma}{R}$$

$$I_r = I_{C0} + (I_{B0} + I_{B1}) \quad I_B \approx I_S e^{\frac{V_{EB}}{V_{TH}}}$$

Notizzo Q_0 e Q_1 in A.D.

invece $\hookrightarrow V_{EC1} > V_{ECsat} \quad V_{DD} - V_o > V_{ECsat} \quad V_o < V_{DD} - V_{ECsat} \quad Q_1 \text{ A.D.}$

trascurando l'effetto Early, considero $I_{B1} = I_{B0}$

$$I_e \approx I_{Cp} + 2 \frac{I_{C0}}{\beta} \Rightarrow I_{Cp} = I_e \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta}}$$

$$I_{Cp} = I_S \cdot e^{\frac{V_{EB}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{V_{ECp}}{|V_A|} \right) \quad \text{non trascurando effetto Early}$$

$$I_{C1} = I_S e^{\frac{V_{EB}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{V_{EC1}}{|V_A|} \right)$$

$$\begin{cases} I_{C0} = \frac{|V_A| + V_Y}{\beta} \\ I_{C1} = \frac{|V_A| + V_{EC1}}{\beta} \\ I_{C\phi} = I_R \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta}} \end{cases} \Rightarrow I_{C1} \approx I_R \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta}} \cdot \frac{|V_A| + V_{EC1}}{|V_A| + V_Y}$$

considero β finito effetto Early

Vale se siamo in AO (V_o non troppo grande)

Considera il caso in cui ci sia amplificazione

$$\frac{A_{e1}}{A_{e0}} = M \quad \text{metto } M \text{ transistori in parallelo al posto di } Q_1$$

$$\begin{cases} I_R = I_{C0} + I_{C\phi} + I_{B1} \\ I_{B1} = I_{B0} \cdot M \cdot e^{\frac{V_{EB}}{V_{TH}}} \\ I_{B0} \approx I_{C0} e^{\frac{V_{EB}}{V_{TH}}} \\ I_{C1} = M I_S e^{\frac{V_{EB}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{V_{EC1}}{|V_A|} \right) \\ I_{C\phi} = I_S e^{\frac{V_{EB}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{V_Y}{|V_A|} \right) \end{cases} \quad \text{Erascura effetto Early}$$

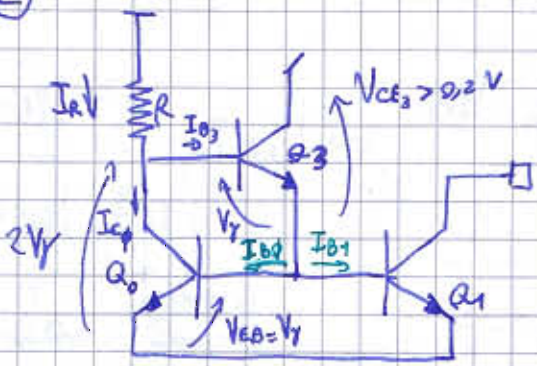
$$\begin{cases} I_E = I_{C\phi} + \frac{I_{C\phi}}{\beta} + \frac{M I_{C\phi}}{\beta} = I_{C\phi} \left(1 + \frac{1+M}{\beta} \right) \\ \frac{I_{C1}}{I_{C0}} = M \cdot \frac{|V_A| + V_{EC1}}{|V_A| + V_Y} \end{cases}$$

$$I_{C1} = M \cdot \underbrace{I_{C\phi}}_{I_R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1+M}{\beta}} \cdot \frac{|V_A| + V_{EC1}}{|V_A| + V_Y}$$

effetto β effetto Early

$$\frac{A_{e1}}{A_{e0}} = \frac{1}{K} \quad \text{posso chiamare } \frac{1}{K} = M \text{ ed è tutto come prima}$$

②



$$I_E = \frac{V_{DD} - 2V_T}{R}$$

$$V_{CE3} = V_{DD} - V_T \gg 0,2V$$

- Q0 e Q3 sono in A.D.
- Q1 per essere A.D. deve essere $V_{CE1} > V_{CEsat} \Rightarrow V_o > V_{CEsat}$
- Q0: $V_{CE0} = 2V_T > 0,2V$ A.D.
- Q3: $V_{CE3} = V_{DD} - V_T > 0,2V$ A.D.

$$\frac{A_{Q1}}{A_{Q0}} = M \quad I_{C1} = M \cdot I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{V_o}{|V_A|} \right)$$

$$I_{C0} = I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_{TH}}} \left(1 + \frac{2V_T}{|V_A|} \right)$$

$I_{B1} \approx M I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_{TH}}}$ ignorando l'effetto Early $\Rightarrow I_E \approx I_C$

$I_{B0} \approx I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_{TH}}}$

altrimenti:

$$\frac{I_{C1}}{I_{C0}} = M \cdot \frac{|V_A| + V_o}{|V_A| + 2V_T}$$

Prima equazione da mettere da parte

$$I_E = I_{C0} + I_{E3} = I_{C0} + \frac{I_{E3}}{\beta + 1} = I_{C0} + \frac{I_{B1} + I_{B0}}{\beta} = I_{C0} + \frac{M I_{C0}}{\beta^2} + \frac{I_{C0}}{\beta^2}$$

$$I_E = I_{C0} \left(1 + \frac{M+1}{\beta^2} \right)$$

Seconda equazione

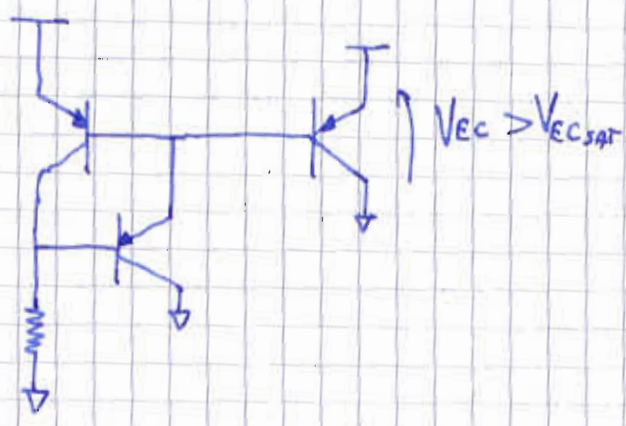
Combino le due equazioni e ottengo:

$$I_{C1} = I_{Q0} \cong M \cdot \frac{I_R}{1 + \frac{M+1}{\beta^2}} \cdot \frac{|V_A| + V_0}{|V_A| + 2V_T}$$

considerando
 $I_{Q1} = I_{Q0}$

BENEFICIO \rightarrow l'errore è circa $\frac{1}{100}$ di prima (era 2%),
 quindi lo possiamo trascurare nei calcoli.

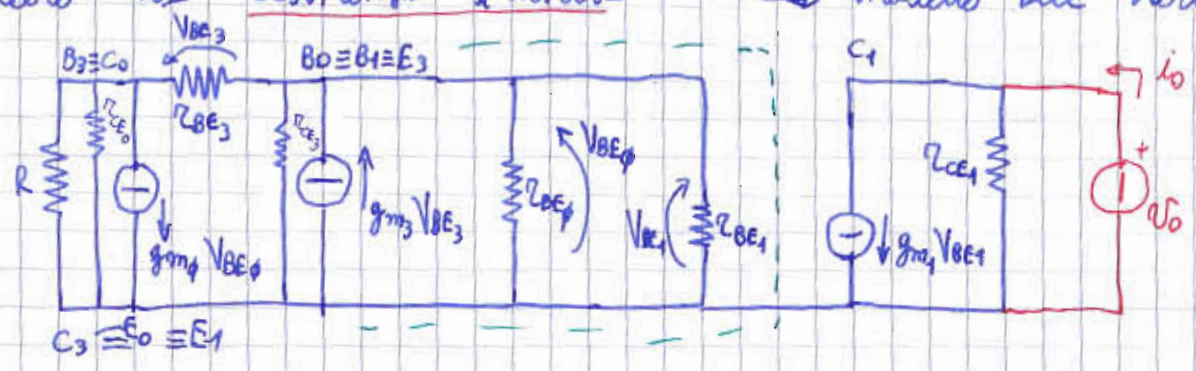
VERSIONE PNP



$$I_R = \frac{V_{DD} - 2V_T}{R}$$

$$V_0 < V_{DD} - V_{ECsat}$$

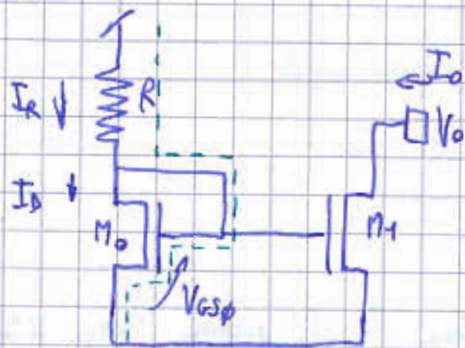
Calcolo la resistenza d'uscita \rightarrow modello alle variazioni.



In questa parte non ci sono generatori indipendenti e quelli dipendenti non dipendono da $V_0 \Rightarrow V_{BE1} = V_{BE4} = 0$

$$R_0 = r_{ce1} = \frac{|V_A|}{I_{C1}}$$

SPECCHIO nMOS



Le correnti di gate è nulla, pertanto non ci sarà l'errore di β .

Calcolo I_R : su questa maglia

$$V_{DD} - R I_R - V_{GS0} = 0$$

$$I_R = I_{D0} \text{ perché } I_{G0} = 0$$

$$V_{GS0} = V_T + \sqrt{\frac{2 I_{D0}}{\beta}}$$

$$I_{D0} = \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{GS})$$

MODULAZIONE DI CANALE
↓
trascurato

Hp: M0 SAT

deve essere $V_{DS0} > V_{GS0} - V_T \Rightarrow$ OK SEMPRE
 $V_{DS0} = V_{GS0}$

$$M1 \text{ SAT se } V_{DS1} > V_{GS1} - V_{TH} \Rightarrow V_O > \sqrt{\frac{2 I_R}{\beta \phi}}$$

$$V_{GS1} = V_{GS0} = \underline{V_{GS}}$$

Dimostrare che questo è uno specchio di correnti.

$$I_{D1} = \frac{\beta_1}{2} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{GS})$$

$$\frac{I_{D1}}{I_{D0}} \approx \frac{\beta_1}{\beta_0} = \frac{(W/L)_1}{(W/L)_0} = \frac{I_{OUT}}{I_R}$$

trascurato
effetto di
modulazione
di canale

$$I_{D0} = \frac{\beta_0}{2} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{GS})$$

Considerando l'effetto di modulazione di canale:

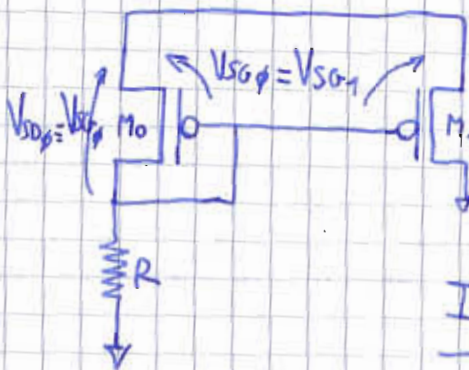
$$\frac{I_{OUT}}{I_R} = \frac{(W/L)_1}{(W/L)_0} \cdot \frac{(1 + \lambda V_O)}{(1 + \lambda V_{GS})}$$

L'unico errore è legato al β .

Una volta trovato I_R , posso trovare V_{DS} perché

$$I_R = I_{DS\phi} = \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{DS}) \dots$$

VERSIONE p-MOS



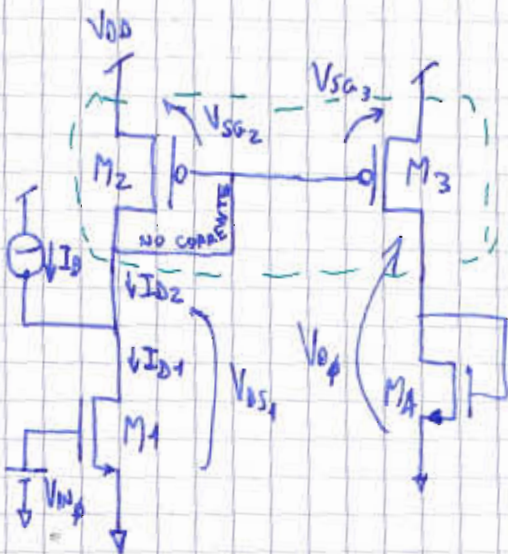
$V_0 < V_{DD} - V_{SDSAT}$ affinché M_1 SAT

M_0 SAT sempre

$$V_{SDSAT} = V_{SG} - |V_{TP}|$$

$$\frac{I_0}{I_R} \approx \frac{\beta_1}{\beta_0} = \frac{(W/L)_1}{(W/L)_0} \quad \text{non cambia nulla}$$

ESERCIZIO 11/01/2006



$$V_{IN\phi} = 1,5V$$

$$V_{TN} = -V_{TP} = 1V$$

$$K'_n = 100 \mu A/V^2$$

$$K'_p = 40 \mu A/V^2$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_1 = \frac{10}{0,25}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_2 = \frac{50}{1}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_3 = \frac{150}{1}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_4 = \frac{10}{2}$$

$$I_B = 250 \mu A$$

$$V_{DD} = 5V$$

$$V_{OP} = ?$$

$$I_{D1} = I_B + I_{D2} \rightarrow I_{D2} = I_{D1} - I_B$$

$$I_{D1} = \left(\frac{W}{L}\right)_1 \cdot \frac{K'_n}{2} (V_{IN\phi} - V_{TN})^2$$

$$I_{D2} = \frac{\beta_1}{2} (V_{IN\phi} - V_{TN})^2 - I_B = 250 \mu A$$

Devo uno specchio di corrente.

$$\frac{I_{D3}}{I_{D2}} = \frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{(W/L)_3}{(W/L)_2} \Rightarrow I_{D3} = I_{D2} \cdot \frac{(W/L)_3}{(W/L)_2} = 750 \mu A \quad \checkmark$$

$$I_{D4} = I_{D3} \rightarrow V_{D\phi} = V_{GS4} = V_T + \sqrt{\frac{2I_{D4}}{\beta_4}} = 1 + \sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-6} \cdot 3}} = 2,73 V$$

Poi devo verificare che tutto sia saturo

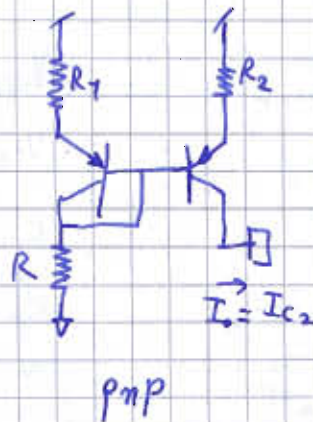
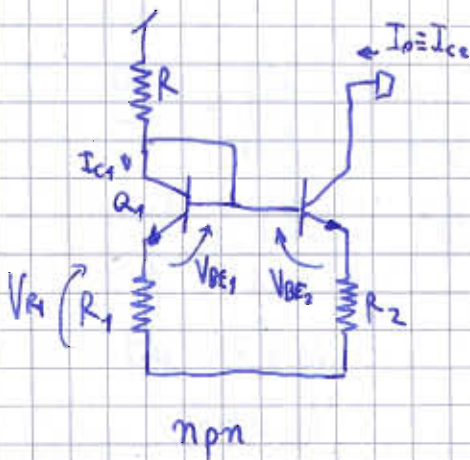
M₂ sempre SAT

$$M_1: V_{GS1} > V_{GS1} - V_T \quad V_{DD} - V_{SG2} > V_{INQ} - V_T \quad V_{SG2} = V_T + \sqrt{\frac{2I_{D2}}{\beta}} = 2V \quad 3V > 0,5V \quad \text{OK}$$

M₄: sempre SAT (carico saturato)

$$M_3: V_{SD3} > V_{SDSAT} \quad V_{DD} - V_{GS4} > V_{SG3} + V_{TP}, \quad 2,27V > 3 - 1 = 2V \quad \text{OK}$$

30/10/2009



$$I_{C1} = I_{S1} e^{\frac{V_{BE1}}{V_{TH}}}$$

$$I_{C2} = I_{S2} e^{\frac{V_{BE2}}{V_{TH}}}$$

$$= M I_{S1} e^{\frac{V_{BE2}}{V_{TH}}}$$

trascuro
effetto
Early

$$\frac{Ae_2}{Ae_1} = M = \frac{I_{S2}}{I_{S1}}$$

$$V_{BE1} = V_{TH} \ln \frac{I_{C1}}{I_{S1}}$$

$$V_{BE2} = V_{TH} \ln \frac{I_{C2}}{M I_{S1}}$$

$$V_{BE1} + V_{R1} = V_{BE2} + V_{R2}$$

$$V_{BE1} - V_{BE2} = V_{R2} - V_{R1}$$

$$V_{TH} \cdot \ln \frac{I_{C1}/I_{S1}}{I_{C2}/M I_{S1}} = I_{C2} R_2 - I_{C1} R_1$$

$$V_{TH} \cdot \ln \frac{I_{C1} \cdot M}{I_{C2}} = I_{C2} R_2 - I_{C1} R_1$$

$$\left\{ \frac{I_{C1} \cdot M}{I_{C2}} = 1 \rightarrow I_{C2} = M \cdot I_{C1} \right.$$

$$\left. I_{C2} R_2 = I_{C1} R_1 \rightarrow M I_{C1} R_2 = I_{C1} R_1 \rightarrow R_2 = \frac{R_1}{M} \right.$$

$$\frac{A_{e2}}{A_{e1}} = M = \frac{R_1}{R_2}$$

CASO PARTICOLARE : SEMPLIFICATO

$$I_{C2} = \frac{1}{R_2} \left[I_{C1} R_1 + V_{TH} \ln \frac{I_{C1} M}{I_{C2}} \right]$$

se $I_{C1} R_1 \gg V_{TH}$ *Circolo in*
 $\Rightarrow I_{C2} = \frac{I_{C1} R_1}{R_2}$

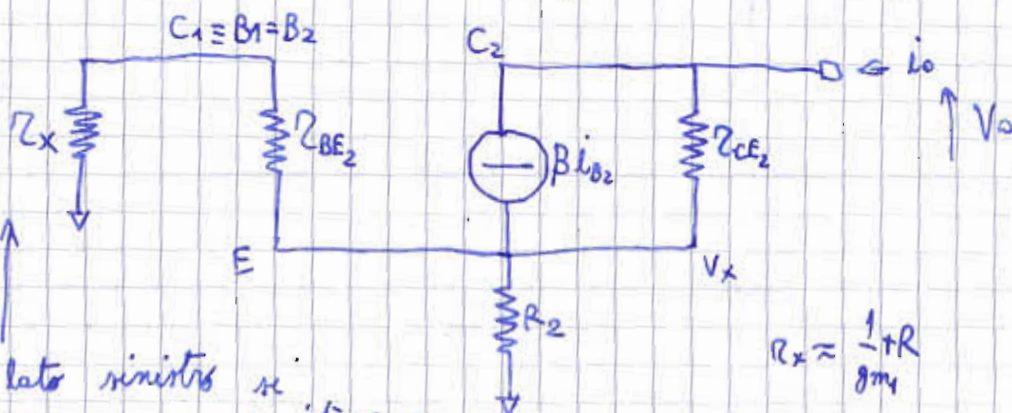
Calcolo I_R :

$$I_R = \frac{V_{DD} - V_{BE1} - V_{R1}}{R} \approx \frac{V_{DD} - V_{\gamma} - R_1 I_R}{R}$$

Q_1 è in AD perché $V_{CE1} = V_{\gamma} > V_{CE_{SAT}}$

Q_2 è in AD se $V_{CE2} > V_{CE_{SAT}}$

$$V_0 - V_{R2} > V_{CE_{SAT}} \Rightarrow V_0 > V_{CE_{SAT}} + R_2 I_0$$



il lato sinistro si riduce a una resistenza Z_x

$$R_x \approx \frac{1}{g_{m1}} + R$$

$$M=1$$

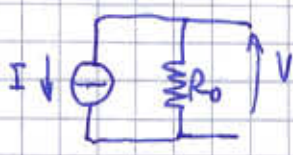
$$\left\{ \begin{aligned} E_2: & V_x G_2 + V_x \cdot g_{BE_2}^* + (V_x - V_o) g_{CE_2} - \beta I_{B_2} = 0 \quad \leftarrow I_{B_2} = -V_x g_{BE_2}^* \\ & \frac{1}{g_{BE_2}} = r_{BE_2}^* = r_{BE_2} + r_x \approx r_{BE_2} \quad G_2 = \frac{1}{R_2} \end{aligned} \right.$$

$$C_2: i_o = \beta_F I_{B_2} + (V_o - V_x) g_{CE_2}$$

$$\Rightarrow R_o \approx r_{CE_2} + g_{m_2} r_{CE_2} R_2 = r_{CE_2} + \frac{I_{C_2}}{V_{TH}} \cdot \frac{|V_A|}{I_{C_2}} \cdot R_2 = r_{CE_2} + \frac{|V_A|}{V_{TH}} R_2$$

circa 1000

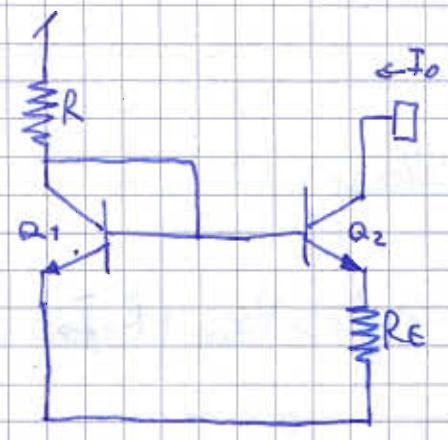
Si aumenta molto la resistenza di uscita, quindi è per questo che metto le resistenze sui transistor.



Voglio R_o grande affinché nessuna corrente scorra sul mio ramo e, quindi, I_o sia costante su V .

SPECCHIO DI WIDLAR

Utile quando devo generare correnti piccole.
 Con lo specchio precedente avrei potuto applicare un rapporto $K < 1$, ma è scomodo.



R_E è usata per ridurre la resistenza di uscita

$$V_{BE_1} = V_{BE_2} + V_{RE} \quad V_{BE_1} = V_{TH} \cdot \ln \frac{I_{C_1}}{I_S}$$

$$V_{BE_2} = V_{TH} \cdot \ln \frac{I_{C_2}}{I_S}$$

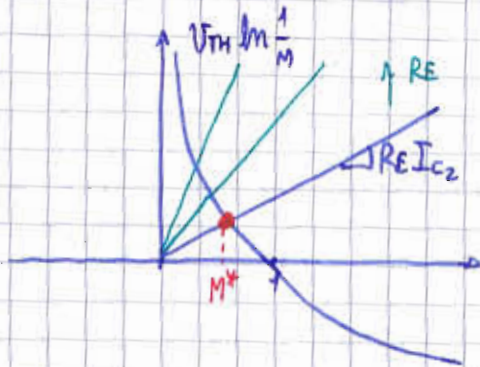
$$V_{TH} \cdot \ln \frac{I_{C1}}{I_{C2}} \approx R_E \cdot I_{C2}$$

$$M = \frac{I_{C2}}{I_{C1}}$$

$$V_{TH} \ln M = \frac{R_E \cdot I_{C1}}{M} \quad \text{con } I_{C1} = \frac{V_{DD} - V_{BE1}}{R} = \frac{V_{DD} - V_{BE1}}{R}$$

Risolvo per via grafica

$$\frac{-V_{TH} \ln M}{V_{TH} \cdot \ln \frac{1}{M}} = R_E I_{C1} \cdot M$$



$$M^* \in (0,1)$$

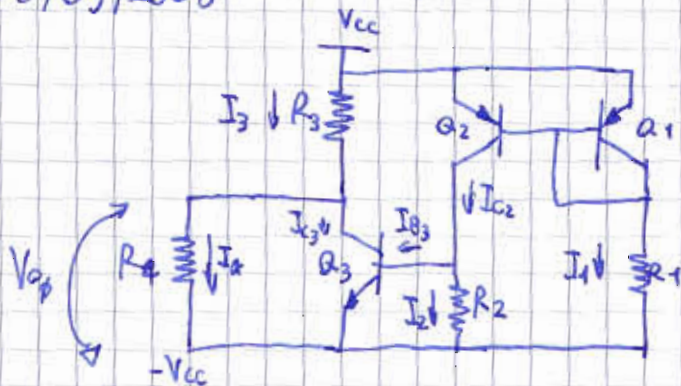
aumentando R_E , calerà M^* (rapporto di spezzatura) e quindi la corrente in uscita

La resistenza di uscita è circa uguale a quella del caso precedente.

Ho trascurato le correnti di base.

ESERCIZI

05/09/2008



$$V_{CC} = 2,5V$$

$$A_{ea2} = 5A_{ea1}$$

$$R_1 = 350k\Omega$$

$$R_2 = 28k\Omega$$

$$V_{op} = ?$$

$$R_3 = 150\Omega$$

$$R_4 = 500\Omega$$

$$\beta_n = \beta_p = 120$$

Calcolo I_4 perché $-V_{CC} + R_4 I_4 = V_{op}$

$$I_3 = I_{C3} + I_4$$

$$\frac{V_{CC} - V_{op}}{R_3} = I_{C3} + \frac{V_{op} + V_{CC}}{R_4}$$

$$I_{C3} = \beta_n \cdot I_{B3} \quad (\text{Hp } Q_3 \text{ AD})$$

Calcolo I_{B3} con bilancio corrente: \rightarrow caduta sulla resistenza

$$I_{C2} = I_{B3} + I_2 \quad \text{ma} \quad I_2 = \frac{V_Y}{R_2} \quad \text{e} \quad I_{C2} = ?$$

Calcolo I_{C2}

$$I_{C2} = \frac{A_{e2}}{A_{e1}} \cdot I_{C1} = 5 I_{C1}$$

$$I_1 \approx I_{C1} \Rightarrow I_1 = \frac{V_{CC} - V_Y - (-V_{CC})}{R_1}$$

Q_1 è A.D. perché $V_{CE} > V_{CE_{SAT}}$ $\frac{V_Y}{V_Y}$ Q_3 è AD. se $V_{CE3} = V_0 - (-V_{CC}) > V_{CE_{SAT}}$ OK

Q_2 A.D. se $V_{CE2} > V_{CE_{SAT}}$ $V_{CE2} = V_{CC} - [V_Y + (-V_{CC})] > 0,2V$ OK

L'effetto Early non c'è perché non ha informazioni (considera $V_A = \infty$)

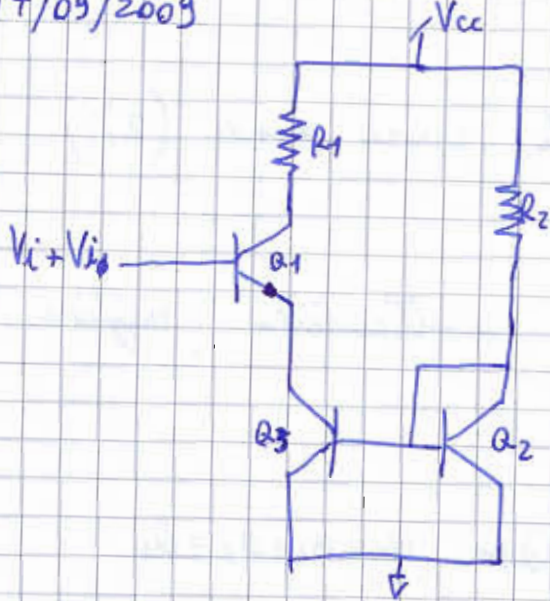
L'errore del β_p lo trascuro, ma se lo considerassi dovrebbe essere

$$I_{C2} = M \cdot I_{C1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1+M}{\beta_p}} \quad \text{con } M=5 \quad \dots$$

Trovo ora V_{op} di

$$\frac{V_{CC} - V_{op}}{R_3} = \frac{V_{op} + V_{CC}}{R_4} + \beta_n \cdot \left[5 \cdot \frac{2V_{CC} - V_Y}{R_1} - \frac{V_Y}{R_2} \right]$$

17/09/2009



$Q_1 = Q_2 = Q_3$
 $|V_A| = 12V$
 $V_{CC} = 3,5V$
 $R_1 = 750\Omega$
 $R_2 = 1300\Omega$
 $V_{ip} = 1,7V$
 $A_v = \frac{V_o}{V_i} = ?$

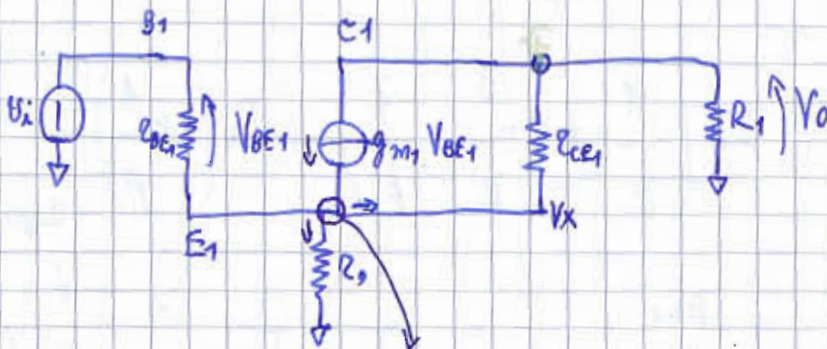
$$I_{R_2} = \frac{V_{CC} - V_Y}{R_2}$$

$$I_{C_3} = I_{C_1} \cdot \frac{|V_A| + V_{CE_3}}{|V_A| + V_{CE_1}} \approx I_{R_2} \cdot \frac{|V_A| + V_{CE_3}}{|V_A| + V_Y}$$

↑
Circuito corrente base

$$V_{CE_3} = V_{ip} - V_{BE_1} \approx V_{ip} - V_Y \quad I_{C_3} \approx I_{C_1}$$

Modello alle variazioni



$$R_o = R_{CE_3}$$

$$\begin{cases} V_x \cdot g_o + (V_x - V_o) g_{CE_1} - g_{m_1} (V_i - V_x) - (V_x - V_i) g_{BE_1} = 0 \\ V_o G_1 + (V_o - V_x) g_{CE_1} + g_{m_1} (V_i - V_x) = 0 \end{cases}$$

$$g_{m_1} = \frac{I_{C_1}}{V_{TH}}$$

$$g_{CE_1} = \frac{I_{C_1}}{|V_A|}$$

↓
Circuito $\frac{V_o}{V_i} = A_v$

g_{BE} non abbiamo info
 → ipotesi $\beta = \infty$
 → trascurare

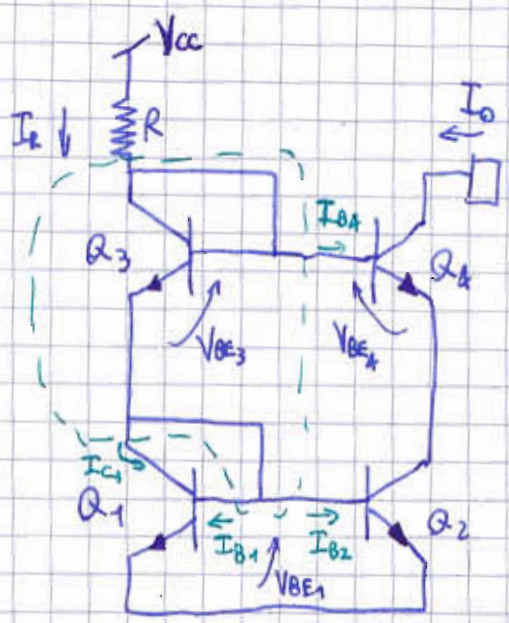
$$g_o = \frac{1}{R_o} = \frac{1}{R_{CE}} = \frac{I_{C_3}}{|V_A|}$$

abbiamo visto

- specchio di corrente base: R_0 non alta, errore grande (2%)
- altre varianti.

Ora vediamo i due specchi con caratteristiche migliori.

SPECCHIO CASCADE



ipotesi $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \alpha_3 \approx \alpha_4$

Bilancio correnti

$$I_R = I_{O4} + I_{C1} + I_{B1} + I_{B2}$$

$$I_{C1} \approx I_{C2} \text{ trascurando l'effetto Early}$$

$$I_R = \frac{I_O - I_{C4}}{\beta} + I_{C2} + I_{C2} \cdot \frac{2}{\beta} = \frac{I_O}{\beta} + I_{C2} \left(1 + \frac{2}{\beta}\right)$$

$$= \frac{I_O}{\beta} + I_O \frac{\beta+1}{\beta} \cdot \frac{\beta+2}{\beta} = I_O \left(\frac{1}{\beta} + 1 + \frac{3}{\beta} + \frac{2}{\beta^2} \right) \approx I_O \left(1 + \frac{4}{\beta} \right)$$

↑ Considerando $I_{C2} = I_{E4} = I_O \frac{\beta+1}{\beta}$

$$I_O = I_R \cdot \frac{1}{1 + \frac{4}{\beta}} \approx I_R \cdot \left(1 - \frac{4}{\beta} \right)$$

Taylor ↓

Errore di circa il 4%.

Non risolve il problema dell'errore.

$V_{O\min}$? Qual è la tensione minima che posso avere in uscita

Q_4 deve essere A.D. $\rightarrow V_{CE4} > V_{CE\text{SAT}}$

$$V_O - V_{E4} > V_{CE\text{SAT}}$$

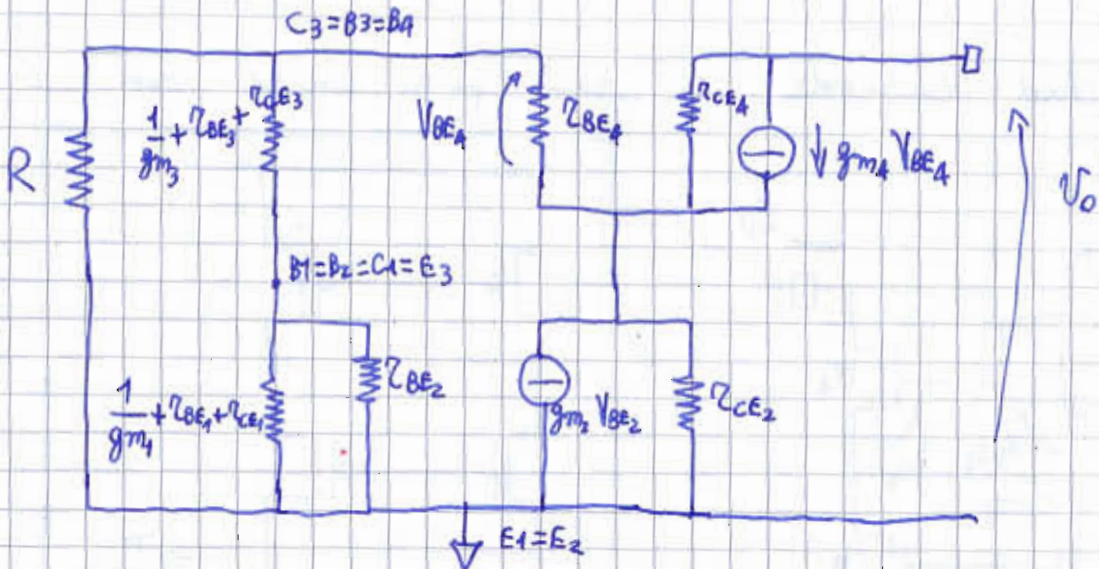
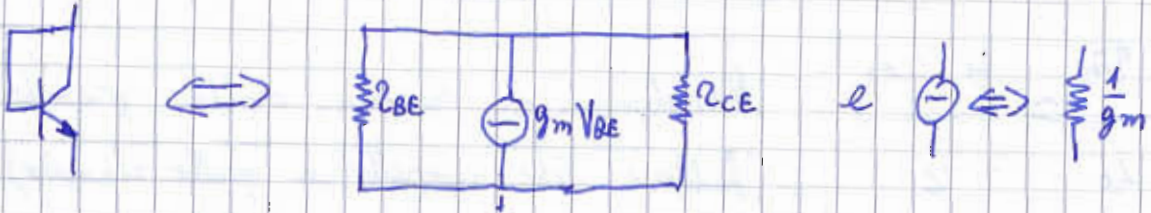
$$V_O > V_{CE\text{SAT}} + V_{E4}$$

$$V_0 > 0,2V + (V_{BE1} + V_{BE3} - V_{BE4}) \approx 0,2V + V_T \approx 0,9V$$

Q2: A.D. ne $V_{CE2} = V_{E4} = V_T > V_{CE_{SAT}}$ OK

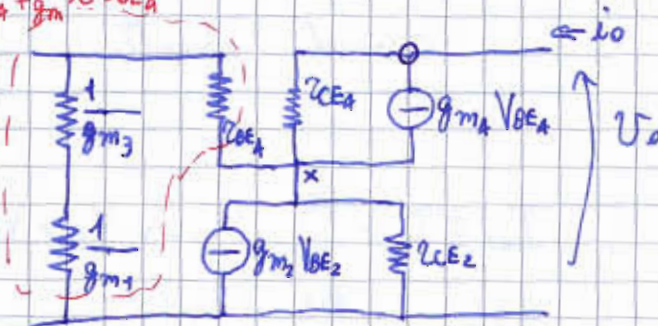
Caldo ora la resistenza di uscita. Comincio a disegnare il modello alle variazioni de massa.

Io che:



Notizzo $R \gg \frac{1}{g_{m1}}$ e semplifico

$$r_{CE1}^* = r_{CE1} + \frac{2}{g_m} \times r_{BE1}$$



$$\begin{cases} X: g_{m2} V_{BE2} + V_X g_{CE2} - g_{m3} V_{BE3} + V_X g_{BE3} + (V_X - V_0) g_{CE3} \\ 0: i_0 = (V_0 - V_X) g_{CE3} + g_{m3} V_{BE3} \end{cases}$$

$$V_{BE2} = \frac{V_x}{Z_{BE2}^*} \cdot \frac{1}{g_{m1}}$$

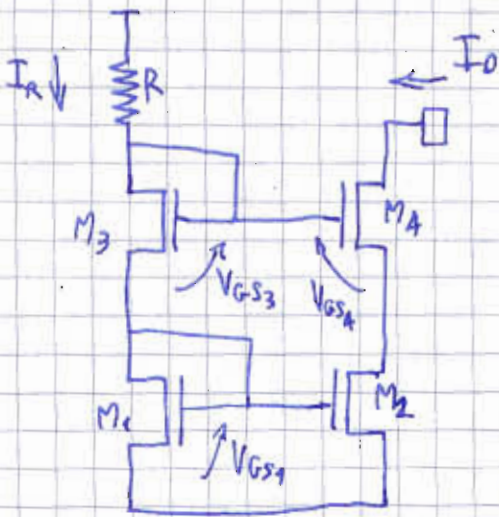
$$V_{BE1} = \frac{-V_x}{Z_{BE1}^*} \cdot Z_{BE1}$$

Risolviendo il sistema si ricava

$$R_o = \frac{V_o}{i_o} \approx \frac{\beta Z_{CE2}}{2}$$

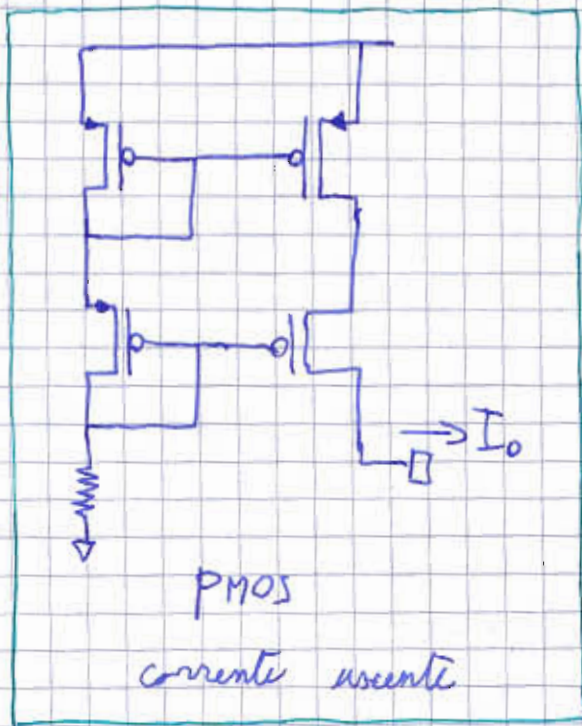
Resistenza di uscita molto grande
(fattore 50 rispetto a quello classico).

Lo specchio cascode si può fare anche con i MOS.



nMOS

corrente entrante



PMOS

corrente uscente

$$\frac{I_{D2}}{I_{D1}} = \frac{\beta_2}{\beta_1}$$

$$I_{D1} = I_R$$

$$I_O = I_{D2}$$

$$I_O \approx I_R \cdot \frac{\beta_2}{\beta_1}$$

con $V_o > V_{oMIN}$

$$R_o \approx g_{m1} Z_{ds1} Z_{ds2} \gg Z_{ds2}$$

$$M_A \text{ SAT ne } V_{DS4} > V_{OSAT} = V_{GS4} - V_T$$

$$V_{DS4} = V_0 - V_{D2} = V_0 - (V_{GS1} + V_{GS3} - V_{GS4})$$

Dimostrare che $V_{GS3} = V_{GS4}$

$$I_{D1} = I_{D3} = \frac{\beta_3}{2} (V_{GS3} - V_T)^2$$

$$I_{D2} = I_{D4} = \frac{\beta_4}{2} (V_{GS4} - V_T)^2$$

Ipotesi $\frac{\beta_3}{\beta_4} = \frac{\beta_1}{\beta_2}$ e faccio il rapporto:

$$\frac{I_{D1}}{I_{D2}} = \frac{\beta_3}{\beta_4} \frac{(V_{GS3} - V_T)^2}{(V_{GS4} - V_T)^2} = \frac{\beta_1}{\beta_2} \Rightarrow (V_{GS3} - V_T)^2 = (V_{GS4} - V_T)^2 \Rightarrow V_{GS3} = V_{GS4}$$

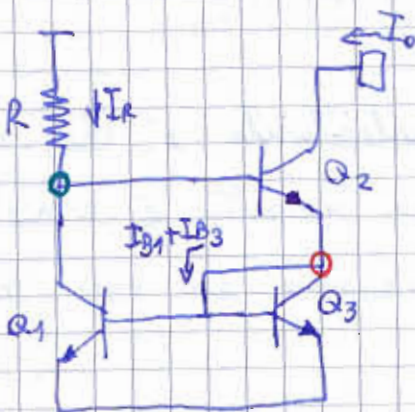
$$V_{DS4} = V_0 - V_{D2} = V_0 - (V_{GS1} + V_{GS3} - V_{GS4}) > V_{GS4} - V_T = V_{OSAT}$$

$$V_0 > V_{GS1} + V_{OSAT} = V_{GS1} + (V_{GS4} - V_T)$$

SPECCHIO WILSON

- R_{out} ALTA
- ERRORE COPIATURA (causato dal β) BASSO

$$Q1 \cong Q2 \Rightarrow I_{C1} \cong I_{C3}$$



$$\begin{cases} I_R = I_{C1} + I_{B2} \\ I_{B2} = I_{C3} + I_{B3} + I_{B1} = I_{C3} \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \\ I_{E2} = I_{C2} \frac{\beta+1}{\beta} \\ I_{E2} = I_0 \end{cases}$$

$$I_{E2} = I_0 \left(\frac{\beta+1}{\beta}\right) \Rightarrow I_{C3} = I_0 \cdot \frac{\beta+1}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\beta+2}$$

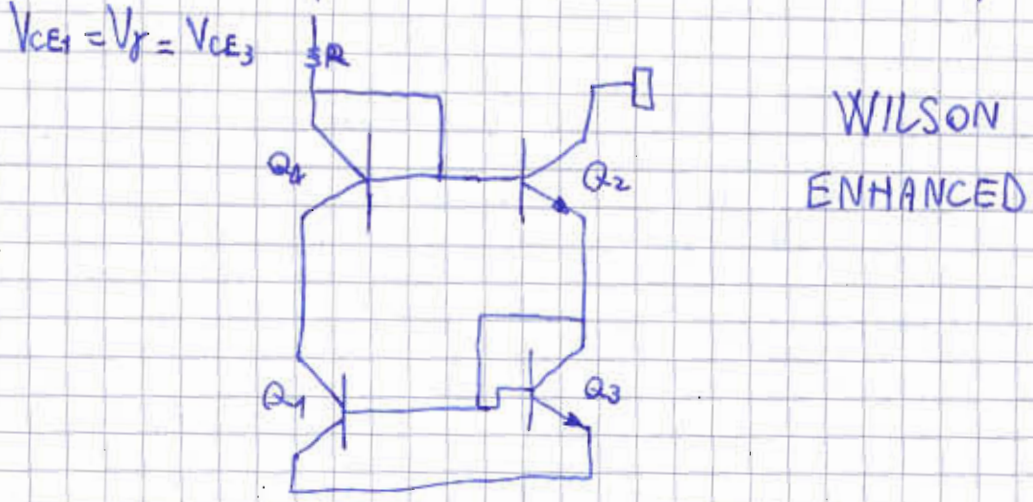
$$I_{B2} = \frac{I_0}{\beta} \Rightarrow I_R = I_{C3} + \frac{I_0}{\beta}$$

$$I_E = I_0 \cdot \frac{\beta+1}{\beta+2} + \frac{I_0}{\beta} = I_0 \cdot \frac{\beta^2 + \beta + \beta + 2}{\beta(\beta+2)} \Rightarrow I_0 = I_R \cdot \frac{\beta^2 + 2\beta}{\beta^2 + 2\beta + 2}$$

$$I_0 = I_E \cdot \left(1 - \frac{2}{\beta^2 + 2\beta + 2} \right) \approx \frac{1}{\beta^2} \quad \text{errore molto piccolo}$$

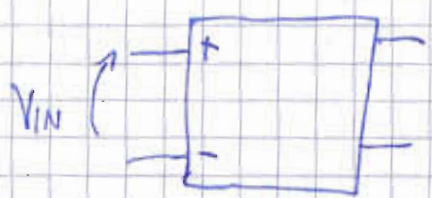
$$R_{out} = \frac{\beta \cdot r_{CE2}}{2} \quad \text{resistenza di uscita elevata.}$$

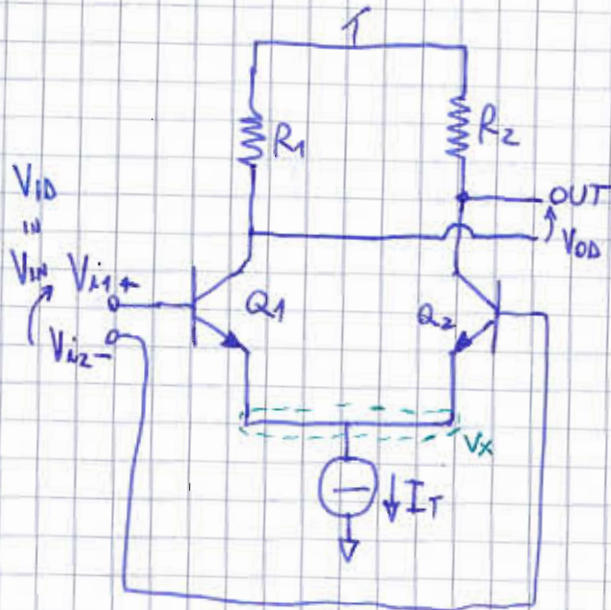
Il difetto è che $V_{CE1} \neq V_{CE3}$ perché $V_{CE1} = 2V_T$ mentre $V_{CE3} = V_T$, quindi in virtù dell'effetto Early comparirà una corrente. Per eliminare questo problema inserisco un quarto BJT che riporta $V_{CE1} = V_T = V_{CE3}$



AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE

È un amplificatore di tensione. La particolarità è che, mentre nell'amplificatore a emettitore comune un morsetto è vincolato a massa, nell'amplificatore differenziale nessuno dei due morsetti è vincolato a massa.





$$Q_1 \equiv Q_2$$

$$R_1 = R_2 = R$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_{C1} &= I_S e^{\frac{V_{BE1}}{V_{TH}}} = I_S e^{\frac{V_{i1} - V_x}{V_{TH}}} \\ I_{C2} &= I_S e^{\frac{V_{BE2}}{V_{TH}}} = I_S e^{\frac{V_{i2} - V_x}{V_{TH}}} \end{aligned} \right\} \frac{I_{C1}}{I_{C2}} = e^{\frac{V_{i1} - V_{i2}}{V_{TH}}} = e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}}$$

$$I_{C1} + I_{C2} = \frac{\beta}{\beta + 1} (I_{E1} + I_{E2}) = \frac{\beta}{\beta + 1} I_T$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_{C1} &= I_{C2} e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}} \\ I_{C1} + I_{C2} &= \alpha_F I_T \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{C2} \left(1 + e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}} \right) = \alpha_F I_T$$

$$I_{C2} = \frac{\alpha_F I_T}{1 + e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}}}$$

$$I_{C1} = \alpha_F I_T \cdot \frac{e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}}}{1 + e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}}}$$

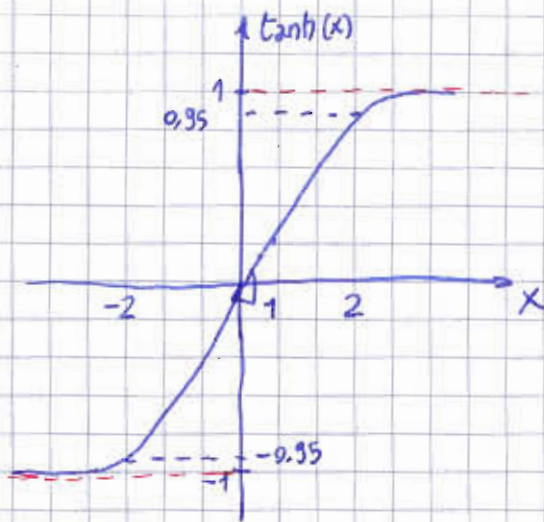
$R_1 = R_2 = R$

$$V_{OD} = V_{C2} - V_{C1} = (V_{DD} - R_2 I_{C2}) - (V_{DD} - R_1 I_{C1}) = (I_{C1} - I_{C2}) R$$

$$V_{OD} = \alpha_F I_T \cdot R \cdot \frac{e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}} - 1}{e^{\frac{V_{ID}}{V_{TH}}} + 1} = \alpha_F I_T R \cdot \frac{e^{\frac{V_{ID}}{2V_{TH}}} - e^{-\frac{V_{ID}}{2V_{TH}}}}{e^{\frac{V_{ID}}{2V_{TH}}} + e^{-\frac{V_{ID}}{2V_{TH}}}}$$

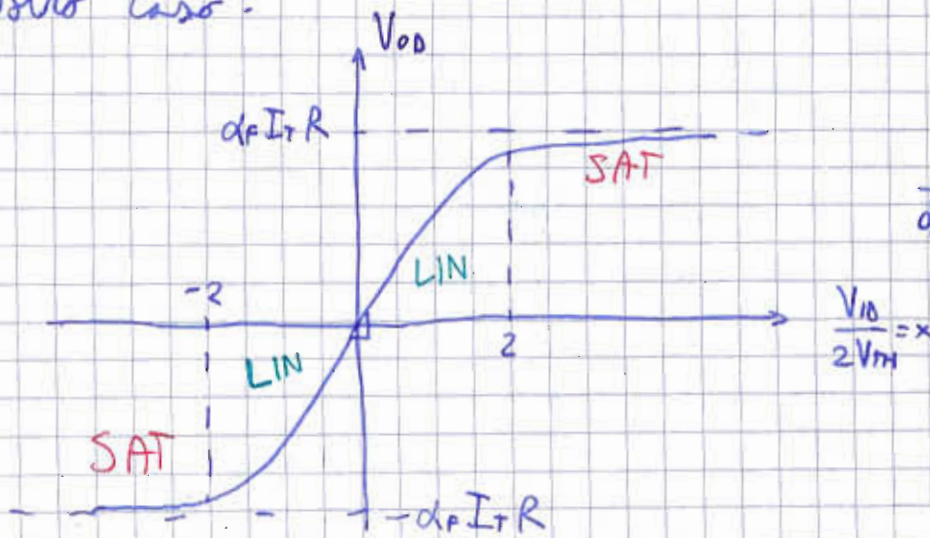
$$= \alpha_F I_T R \cdot \tanh\left(\frac{V_{ID}}{2V_{TH}}\right)$$

TANGENTE IPERBOLICA



$$\frac{d}{dx} [\tanh(x)] \Big|_{x=0} = 1$$

Nel nostro caso:



$$\frac{d}{dx} [\tanh(x)] \Big|_{x=0} = \alpha I_T R$$

Quando $\frac{V_{I0}}{2V_{TH}} = \pm 2 \Rightarrow V_{I0} = \pm 4V_{TH}$ cambio zona

$$A_v = \frac{dV_{O0}}{dV_{I0}} \quad \text{ma} \quad \Delta V_{O0} \underset{\text{cambio}}{\approx} \frac{dV_{O0}}{dV_{I0}} \Big|_{V_{I0}=0} \cdot \Delta V_{I0} \Rightarrow A_v = \frac{\Delta V_{O0}}{\Delta V_{I0}} = \frac{V_{O0}}{V_{I0}} = \frac{dV_{O0}}{dV_{I0}} \Big|_{V_{I0}=0}$$

$V_{I0}=0 \Rightarrow$ punto di riposo

$$V_{O0} = \alpha I_T R \tanh \frac{V_{I0}}{2V_{TH}} \quad \text{derivato rispetto a } V_{I0}$$

$$\frac{dV_{O0}}{dV_{I0}} = \frac{dV_{O0}}{dz} \cdot \frac{dz}{dV_{I0}} \Big|_{V_{I0}=0} = \alpha I_T R \cdot 1 \cdot \frac{1}{2V_{TH}} \underset{\text{cambio da}}{\approx} R \cdot \frac{I_T}{2} \cdot \frac{1}{V_{TH}} =$$

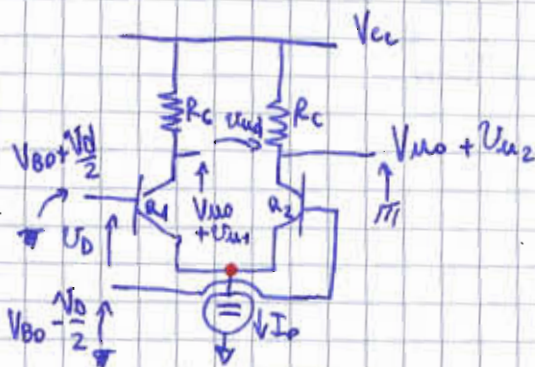
$$I_{C2} \Big|_{V_{iD}=0} = I_{C1} \Big|_{V_{iD}=0} = \frac{I_T}{2}$$

$$\frac{dV_{oD}}{dV_{iD}} \Big|_{V_{iD}=0} = R \left(I_{C1Q} \cdot \frac{1}{V_{TH}} \right) = g_{m1} \cdot R$$

$I_{C1Q} \rightarrow$ corrente di collettore nel punto di riposo

4/11/2009

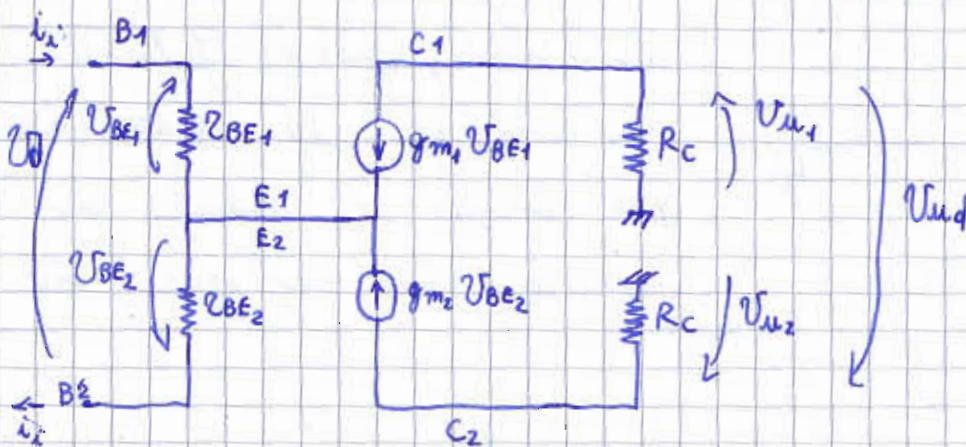
COMPORIAMENTO ALLE VARIAZIONI DELLO STADIO DIFFERENZIALE A BJT



$V_{CC} \rightarrow$ componente continua per polarizzare

• MASSA VIRTUALE

MODELLO ALLE VARIAZIONI A DUE PARAMETRI \rightarrow Ciascuno r_{CE}



$$\left. \begin{aligned} g_{m1} &= g_{m2} = g_m \\ \beta_1 &= \beta_2 = \beta \\ r_{BE1} &= r_{BE2} = r_{BE} \end{aligned} \right\} Q_1 \equiv Q_2$$

Il nodo comune ai due emettitori E_1 e E_2 viene detto nodo di MASSA VIRTUALE perché il suo potenziale non cambia a causa dei due contributi opposti di Q_1 e Q_2 .

Calcolo le funzioni di rete.

$$V_{u1} = -g_m R_c V_{BE1} \Rightarrow V_{ud} = V_{u2} - V_{u1} = g_m R_c (V_{BE1} - V_{BE2}) = g_m R_c V_d$$

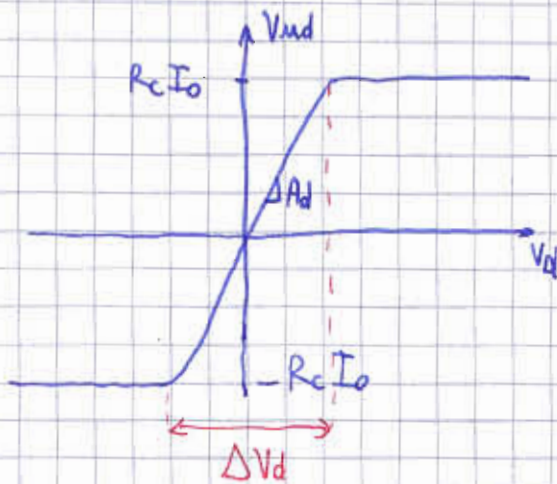
$$V_{u2} = -g_m R_c V_{BE2}$$

$$\Rightarrow A_d = \frac{V_{ud}}{V_d} = g_m R_c$$

$$\left(g_{m1} + \frac{1}{2V_{BE1}}\right) V_{BE1} + \left(g_{m2} + \frac{1}{2V_{BE2}}\right) V_{BE2} = 0 \Rightarrow V_{BE1} = -V_{BE2}$$

$$A_{ud}^1 = \frac{V_{u1}}{V_d} = \frac{-g_m R_c V_{BE1}}{2V_{BE1}} = -\frac{1}{2} g_m R_c = -A_{ud}^2$$

$$g_m = \frac{I_{c0}}{V_T} \approx \frac{I_0}{2V_T} \Rightarrow A_d = \frac{I_0 R_c}{2V_T}$$



Se ipotizzo che il tratto centrale sia lineare, posso calcolarmi la sua ampiezza che mi dice quanto può essere il segnale di ingresso per rimanere in A.D.

$$\Delta V_d = \frac{2R_c I_0}{A_d} = \frac{2R_c I_0}{I_0 R_c} \cdot 2V_T = 4V_T$$

al 300 K, $\Delta V_d \approx 100 \text{ mV}$

L'ampiezza massima del segnale di ingresso può essere al massimo 50 mV.

$$R_i = \frac{v_d}{i_i} = \frac{v_d}{v_{BE1}/\beta_{BE1}} = 2 \beta_{BE}$$

Questo perché $v_d = 2 v_{BE}$ e $\alpha_1 = \alpha_2$.

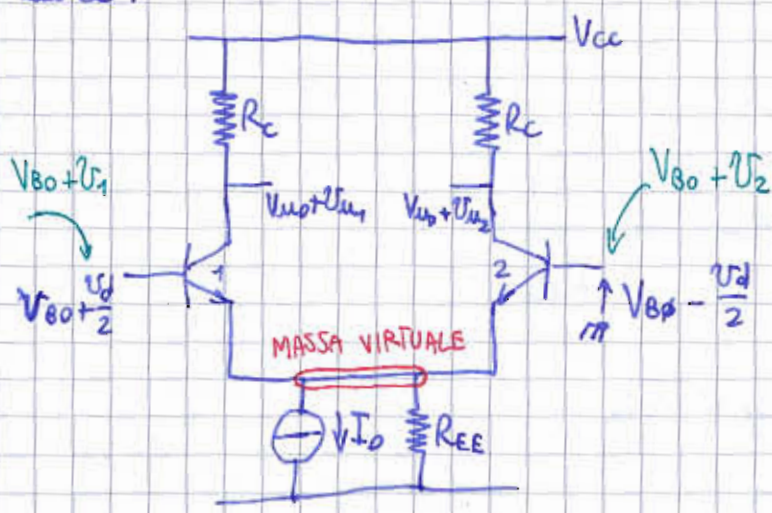
$$R_i = 2 \frac{v_T}{I_{B0}} = 2 \frac{v_T}{\frac{I_{C0}}{\beta_F}} = \frac{2 \beta_F v_T \cdot 2}{I_0} = 4 \beta_F \frac{v_T}{I_0}$$

Il problema è che la R_i è inversamente proporzionale a I_0 , mentre A_d era proporzionale a I_0 . Non posso pertanto avere entrambi alti.

Per risolvere il problema devo complicare il circuito: uno stadio con I_0 basso per aumentare R_i e uno stadio con I_0 alto per aumentare A_d .

C'è anche l'equivalente con MOS, che ha resistenza in ingresso infinite ma guadagno più basso (transconduttanze più basse di quella del BJT).

Considero ora un circuito con un generatore di corrente ideale.



Il circuito rimane perfettamente simmetrico, pertanto i calcoli fatti prima continuano a valere. La R_{EE} non può scendere...
 ...non simmetrico.

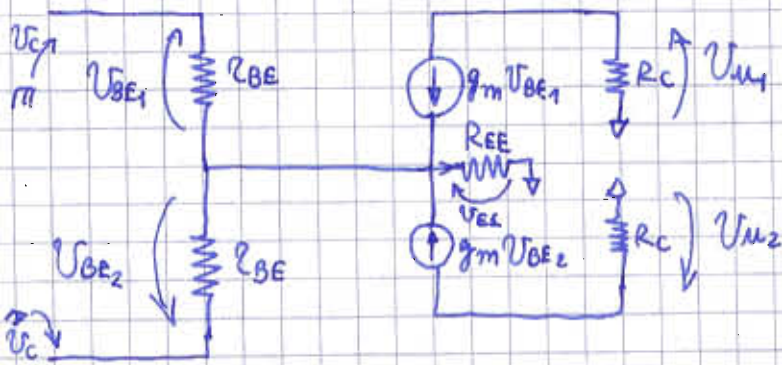
In generale, i segnali non sono completamente differenziali:

$$\begin{cases} V_1 = V_c + \frac{V_d}{2} \\ V_2 = V_c - \frac{V_d}{2} \end{cases} \quad \text{dove } V_c \text{ è la COMPONENTE DI MODO COMUNE}$$

$$\begin{cases} V_d = V_1 - V_2 & \text{differenza dei segnali COMPONENTE DIFFERENZIALE} \\ V_c = \frac{V_1 + V_2}{2} & \text{media dei segnali COMPONENTE DI MODO COMUNE} \end{cases}$$

il me interessa amplificare solo V_d e non V_c .

Disegno il circuito alle variazioni:



$$A_{c1} = \frac{V_{u1}}{V_c} \quad A_{c2} = \frac{V_{u2}}{V_c}$$

$$\begin{cases} V_{u1} = -g_m R_c V_{BE1} \\ V_{BE1} \left(\frac{1}{r_{BE}} + g_m \right) + V_{BE2} \left(\frac{1}{r_{BE}} + g_m \right) = \frac{V_{EE}}{R_{EE}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_c - V_{BE1} - V_{EE} = 0 \\ V_c - V_{BE2} - V_{EE} = 0 \end{cases} \Rightarrow V_{BE1} = V_{BE2}$$

$$V_{EE} = V_c - V_{BE1} \Rightarrow 2V_{BE1} \left(\frac{1}{r_{BE}} + g_m \right) = \frac{V_c - V_{BE1}}{R_{EE}}$$

$$V_C = V_{BE1} \left[1 + 2R_{EE} \left(\frac{1}{2r_{BE}} + g_m \right) \right]$$

$$\Rightarrow V_{U1} = -g_m R_C \frac{V_C}{1 + 2R_{EE} \left(\frac{1}{2r_{BE}} + g_m \right)} \approx - \frac{g_m R_C}{1 + 2R_{EE} g_m} V_C$$

$$\Rightarrow A_{CI} = \frac{V_{U1}}{V_C} = - \frac{g_m R_C}{1 + 2R_{EE} g_m} \quad \text{GUADAGNO DI MODDO COMUNE}$$

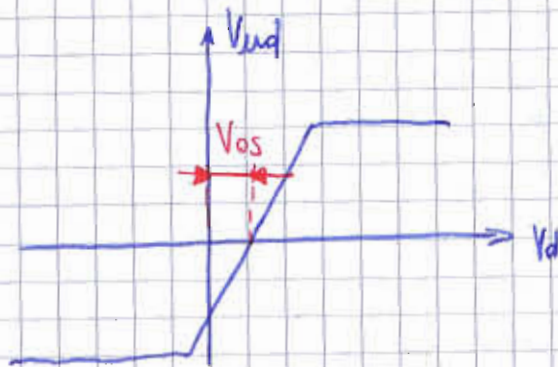
Nota che se $R_{EE} = \infty$, $A_{CI} = 0$ come avevamo previsto.

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_{CI}} \right| \quad \begin{array}{l} \text{Common Mode Rejection Ratio} \\ \text{Rapporto di Rieiezione del Modo Comune} \end{array}$$

Mi piacerebbe forse ∞ . In questo caso vale

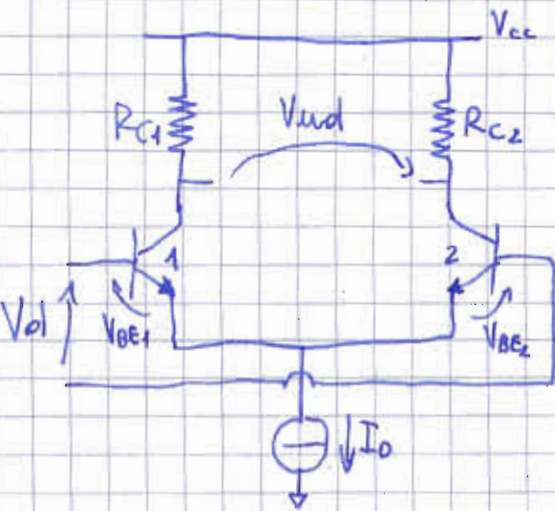
$$CMRR = \frac{g_m R_C}{\frac{g_m R_C}{1 + 2R_{EE} g_m}} = 1 + 2R_{EE} g_m \approx 2R_{EE} g_m$$

Un altro parametro che mi caratterizza l'amplificatore è la TENSIONE DI OFFSET. Deriva dal fatto che nella realtà non è possibile avere un circuito perfettamente simmetrico. Questo comporta che se $V_d = 0$, $V_{ud} \neq 0$.



Considero due casi di asimmetria:

- due resistenze R_c non perfettamente identiche
- due transistor Q_1 e Q_2 non " identici (ad esempio a causa di un'area diversa).



$$R_{c1} \neq R_{c2}$$

$$\begin{cases} I_{c1} \approx I_{cs} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} \\ I_{c2} \approx I_{cs} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \end{cases} \quad I_{cs1} \neq I_{cs2}$$

Definisco $\Delta R = R_{c1} - R_{c2}$, $R = \frac{R_{c1} + R_{c2}}{2}$

$\Delta I_{cs} = I_{cs1} - I_{cs2}$, $I_{cs} = \frac{I_{cs1} + I_{cs2}}{2}$

Nel caso ideale $\Delta R = 0$ e $\Delta I_{cs} = 0$.

$$\begin{cases} R_{c1} = R + \frac{\Delta R}{2} \\ R_{c2} = R - \frac{\Delta R}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} I_{cs1} = I_{cs} + \frac{\Delta I_{cs}}{2} \\ I_{cs2} = I_{cs} - \frac{\Delta I_{cs}}{2} \end{cases}$$

$$V_{ud} = R_{c1} I_{c1} - R_{c2} I_{c2} = R_{c1} I_{cs1} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} - R_{c2} I_{cs2} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} =$$

$$= e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} \left(R_{c1} I_{cs1} - R_{c2} I_{cs2} e^{\frac{V_{BE2} - V_{BE1}}{V_T}} \right) \quad -V_d$$

@ $V_d = V_{os} \Rightarrow R_{c1} I_{cs1} = R_{c2} I_{cs2} e^{-\frac{V_{os}}{V_T}}$

$$\left(R_c + \frac{\Delta R_c}{2} \right) \left(I_{cs} + \frac{\Delta I_{cs}}{2} \right) = e^{-\frac{V_{os}}{V_T}}$$

$$\left(R_c - \frac{\Delta R_c}{2} \right) \left(I_{cs} - \frac{\Delta I_{cs}}{2} \right)$$

$$e^{\frac{V_{os}}{V_T}} = \frac{\left(1 - \frac{\Delta R_c}{2R_c}\right) \left(1 - \frac{\Delta I_{cs}}{2I_{cs}}\right)}{\left(1 + \frac{\Delta R_c}{2R_c}\right) \left(1 + \frac{\Delta I_{cs}}{2I_{cs}}\right)}$$

considero $\frac{\Delta R_c}{R_c} \ll 1$
 $\frac{\Delta I_{cs}}{I_{cs}} \ll 1$

Approssimo usando lo sviluppo in serie di Taylor:

$$e^{\frac{V_{os}}{V_T}} \approx \left(1 - \frac{\Delta R_c}{2R_c}\right)^2 \left(1 - \frac{\Delta I_{cs}}{2I_{cs}}\right)^2$$

Sviluppando i quadrati $\frac{\Delta(\)^2}{(\)^2}$ è trascurabile, per cui diventa

$$e^{\frac{V_{os}}{V_T}} \approx \left(1 - \frac{\Delta R_c}{R_c}\right) \left(1 - \frac{\Delta I_{cs}}{I_{cs}}\right) \approx 1 - \frac{\Delta R_c}{R_c} - \frac{\Delta I_{cs}}{I_{cs}} + \frac{\Delta R_c \Delta I_{cs}}{R_c I_{cs}}$$

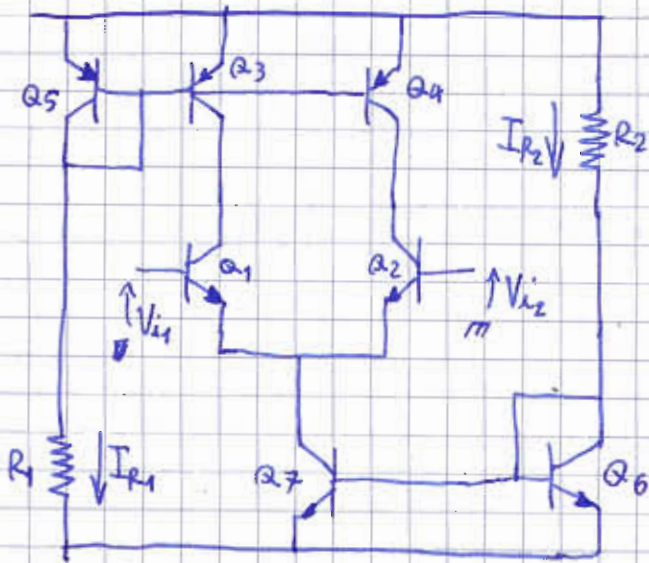
$$\Rightarrow V_{os} \approx V_T \cdot \ln \left(1 - \frac{\Delta R_c}{R_c} - \frac{\Delta I_{cs}}{I_{cs}}\right) \approx V_T \left(-\frac{\Delta R_c}{R_c} - \frac{\Delta I_{cs}}{I_{cs}}\right)$$

↑
sviluppo Taylor
 $\ln(1-x) \approx -x$

$$|V_{os}| = V_T \left(\frac{|\Delta R_c|}{R_c} + \frac{|\Delta I_{cs}|}{I_{cs}}\right)$$

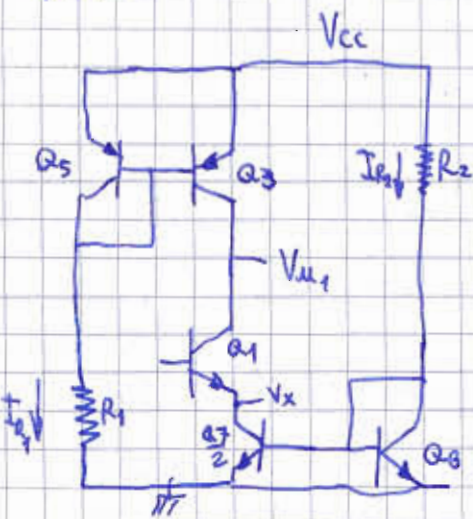
Nel caso dei MOS, a parità di condizioni la V_{os} risulta più grande, quindi un comportamento meno ideale del BJT, perché le transconduttanze è più basse, guadagno meno tra tensione e corrente. Deve pertanto variare molto le tensioni di ingresso per bilanciare le variazioni di uscita della corrente.

MODELLO CON CARICHI ATTIVI E SPECCHI

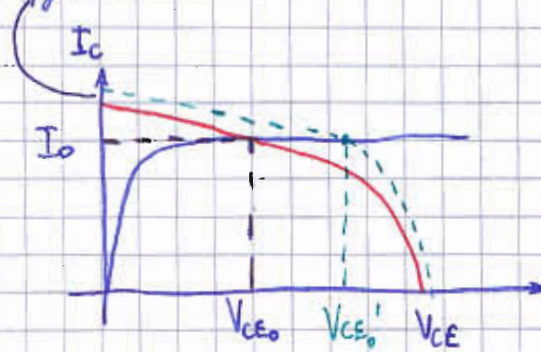


Il problema è che ho due generatori di corrente indipendenti che mi polarizzano il circuito, forzando sul ramo due correnti diverse

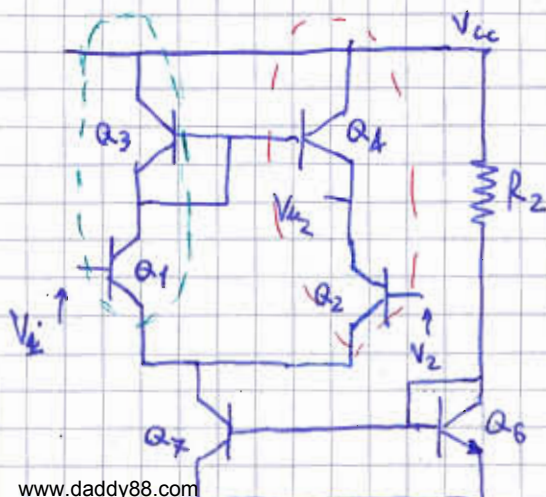
Semplifico il circuito: essendo simmetrico, ne considero solo metà:



differenza tra le correnti generate dai due generatori



le piccole variazioni di I_C corrispondono grandi variazioni di V_{CE}



Con questo circuito risolviamo il problema

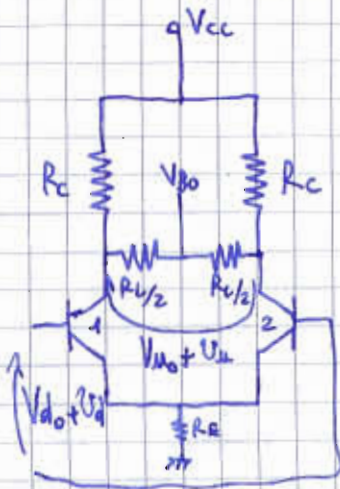
l'alternativa c'è una forte dissimmetria tra le resistenze di collettore di Q_1 e Q_2 .

Questo circuito funziona solo se V_{u2} è connesso a massa.

RAMO 1: il guadagno complessivo è 1 ($g_m \cdot \frac{1}{g_m}$)

RAMO 2: il guadagno è molto alto.

ESERCIZIO N° DEL 1



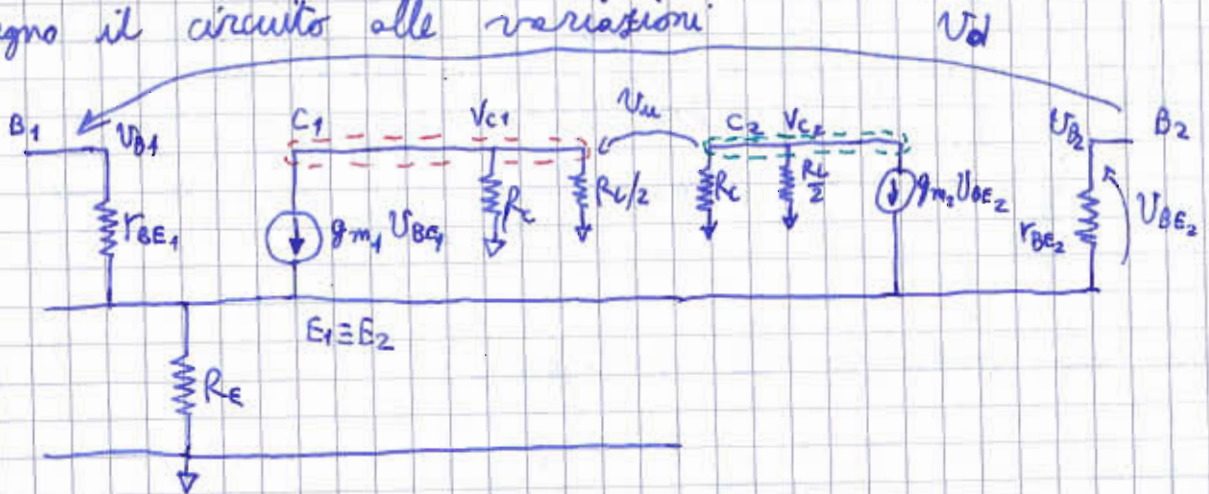
$$R_C = 750 \Omega$$

$$R_L = 800 \Omega$$

$$I_{C01} = I_{C02} = 3,5 \text{ mA}$$

$$A_d = \frac{V_u}{V_d} = ?$$

Disegno il circuito alle variazioni:



Detto che $I_{C01} = I_{C02}$, $g_{m1} = g_{m2} = g_m$ e $r_{BE1} = r_{BE2} = r_{BE}$

$$R_p = R_C \parallel \frac{R_L}{2}$$

NODO 1:
$$\frac{V_{C2}}{R_p} = -g_m V_{BE2}$$

NODO 2:
$$\frac{V_{C1}}{R_p} = -g_m V_{BE1}$$

$$V_u = V_{C1} - V_{C2} = g_m R_p (V_{BE2} - V_{BE1})$$

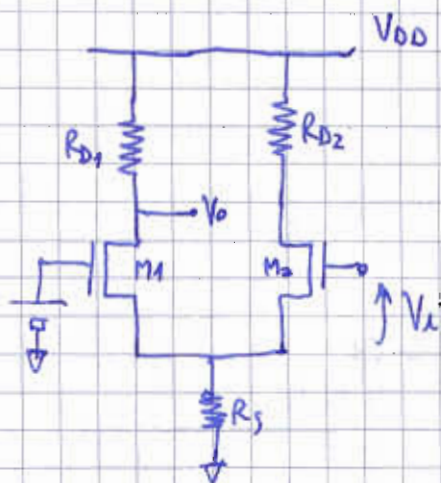
$$V_d = V_{B1} - V_{B2} = V_{BE1} - V_{BE2} \Rightarrow A_d = \frac{V_u}{V_d} = -g_m R_p$$

$$g_{m_{BJT}} = \frac{I_{C0}}{V_T} = \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{26 \cdot 10^{-3}} = 0,13 \text{ S}$$

$$R_p = \frac{R_c \cdot R_L / 2}{R_c + R_L / 2} = \frac{300 \cdot 10^3}{1150} = 260,87 \Omega$$

$$A_d = -260,87 \cdot 0,13 = -33$$

ESERCIZIO 5 DEL 2/2/2006



Analizziamo i MOSFET naturali

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} ?$$

$$R_s = 50 \Omega$$

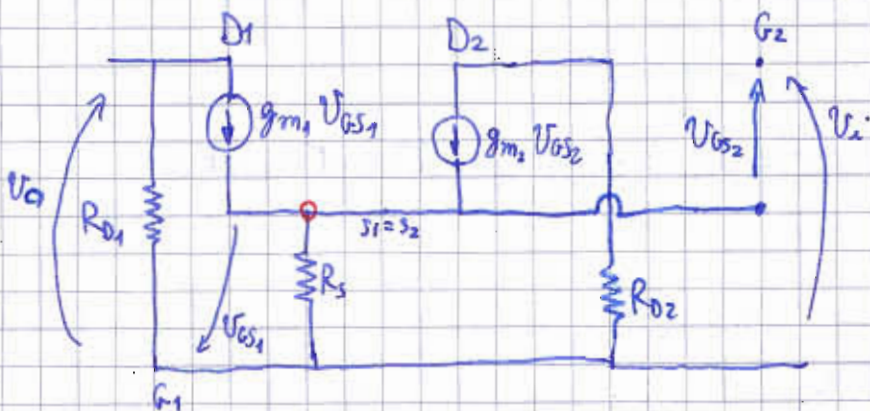
$$g_{m1} = 0,3 \text{ S}$$

$$R_{D1} = 600 \Omega$$

$$g_{m2} = 0,2 \text{ S}$$

$$R_{D2} = 750 \Omega$$

Disegna il modello alle variazioni



$$V_o = -R_{D1} g_{m1} V_{GS1}$$

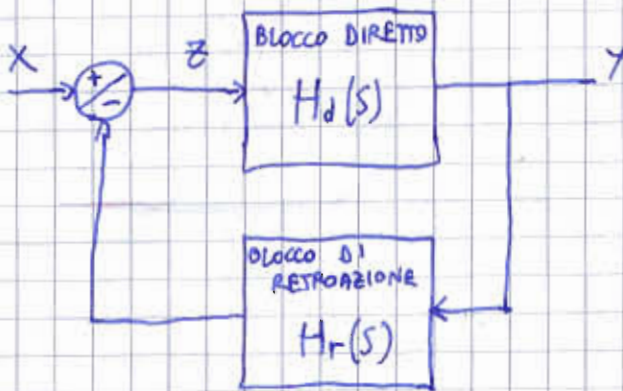
$$g_{m1} V_{GS1} + g_{m2} V_{GS2} + \frac{V_{GS1}}{R_s} = 0$$

Ora mi manca un'equazione che coinvolga V_i :

$$\begin{cases} V_i - V_{GS2} + V_{GS1} = 0 \\ V_o = -R_{D1} g_{m1} V_{GS1} \\ g_{m1} V_{GS1} + g_{m2} V_{GS2} + \frac{V_{GS1}}{R_S} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{GS2} = V_{GS1} + V_i \\ g_{m1} V_{GS1} + g_{m2} (V_{GS1} + V_i) + \frac{V_{GS1}}{R_S} = 0 \\ V_o = -R_{D1} g_{m1} \cdot \frac{V_i g_{m2}}{g_{m1} + g_{m2} + \frac{1}{R_S}} \end{cases}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{R_{D1} g_{m1} g_{m2}}{g_{m1} + g_{m2} + \frac{1}{R_S}} = \frac{600 \cdot 0,3 \cdot 0,2}{0,3 + 0,2 + 0,02} = \frac{36}{0,62} = 69$$

RETROAZIONE (FEEDBACK)



$$Y = H_d(s) \cdot Z$$

$$Z = X - H_r(s) Y$$

$$\Rightarrow Y = H_d(s) (X - H_r(s) \cdot Y)$$

$$H(s) = \frac{Y}{X} = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s) \cdot H_r(s)}$$

RETROAZIONE NEGATIVA : $|1 + H_d H_r| > 1$

RETROAZIONE POSITIVA : $|1 + H_d H_r| \leq 1$

Useremo sempre quella negativa perché riduce la distorsione, aumenta la banda, stabilizza i circuiti (tende a stabilizzare).

H_d e H_r sono funzioni di s o di $j\omega$. Il recondo dei valori di s o di $j\omega$ sono in una situazione di retroazione positiva o

negative. Concentriamoci sulla RETROAZIONE NEGATIVA.

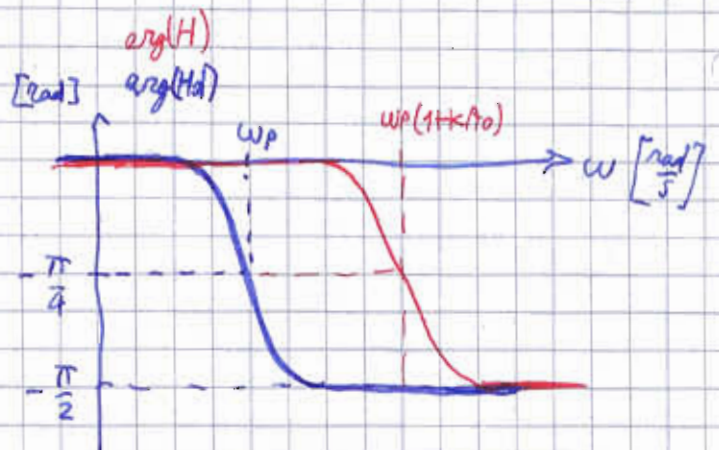
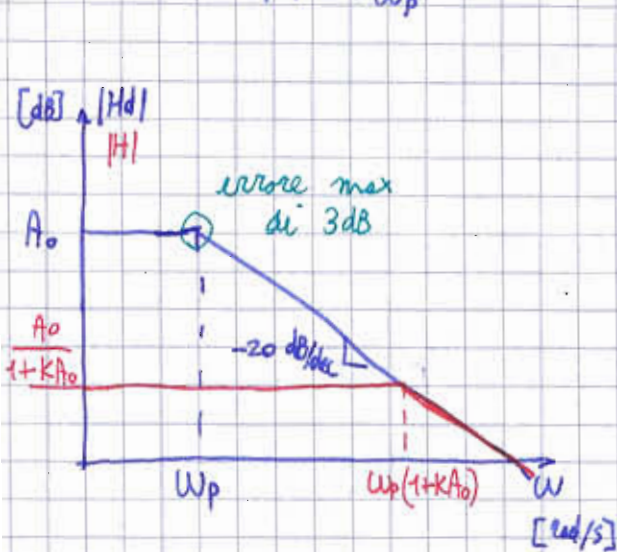
$$|1 + H_d H_r| \gg 1 \Rightarrow |H_d H_r| \gg 1 \Rightarrow \text{DESSENSIBILIZZAZIONE TOTALE}$$

$$H = \frac{H_d}{1 + H_d H_r} \approx \frac{H_d}{H_d H_r} \approx \frac{1}{H_r}$$

la funzione di trasferimento non è più sensibile al blocco diretto.

Considero un SISTEMA DEL 1° ORDINE CON RETROAZIONE NEGATIVA

$$H_d(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_p} \quad \text{con } A_0 > 0 \quad \text{e POLO in } s = -\omega_p$$



$$H(s) = \frac{H_d}{1 + H_d H_r} = \frac{\frac{A_0}{1 + s/\omega_p}}{1 + K \frac{A_0}{1 + s/\omega_p}} = \frac{A_0}{1 + KA_0 + s/\omega_p} \quad \text{diviso per } 1 + KA_0$$

$$H(s) = \frac{\frac{A_0}{1 + KA_0}}{1 + \frac{s}{\omega_p(1 + KA_0)}}$$

È ancora un sistema del primo ordine con guadagno in continua $\frac{A_0}{1 + KA_0}$ (ridotto) e una pulsazione $\omega_p(1 + KA_0)$ (aumentata).

$$H(s) = \frac{A_0'}{1 + \frac{s}{\omega_p'}}$$

$$A_0' = \frac{A_0}{1 + KA_0}$$

$$\omega_p' = \omega_p(1 + KA_0)$$

$$A_0' \omega_p' = A_0 \omega_p$$

umentando ω_p aumenta la banda passante.

Stabilisce se la retroazione è positiva o negativa.

$$H(j\omega) = \frac{\frac{A_0}{K A_0 + 1}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p (1 + K A_0)}}$$

$$|1 + H_d H_r| = \left| 1 + \frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p}} \cdot K \right| = \left| \frac{1 + K A_0 + \frac{j\omega}{\omega_p}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p}} \right| = \sqrt{\frac{(1 + K A_0)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$

essendo $A_0, K > 0 \Rightarrow A_0 \cdot K > 0 \Rightarrow |1 + H_d H_r| > 1$ RETROAZIONE NEGATIVA

Disegno i diagrammi di Bode sul grafico precedente.

10/11/09

Io vorrei che in H_r ci fossero solo resistenze e/o condensatori, per semplificare H . In particolare non voglio gm, gce..., così da evitare dipendenze dalla temperatura e tolleranze di valori. La prima soluzione mi porta ad un'alta precisione di guadagno.

Per alcuni circuiti la retroazione allarga la banda.

$$H_d = \frac{A_0 \in \mathbb{R} > 0}{1 + \frac{s}{\omega_0}} \quad \text{e} \quad H_r = H_{r0} \in \mathbb{R} > 0$$

$$H = \frac{H_d}{1 + H_d H_r} = \frac{\frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_0}}}{1 + \frac{A \cdot H_{r0}}{1 + \frac{s}{\omega_0}}} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_0} + H_{r0} A_0} = \frac{A_0}{(1 + H_{r0} A_0) \left(1 + \frac{s}{\omega_0 (1 + H_{r0} A_0)}\right)}$$

$s \rightarrow j\omega$ Fourier

$$H(j\omega) = \frac{A_0}{1 + H_{r0} A_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0 (1 + H_{r0} A_0)}} \quad \begin{array}{l} \text{suppongo} \\ H_{r0} A_0 \gg 1 \\ \downarrow \\ \text{trascurio} \end{array}$$

$$\omega_1 = \omega_0 \cdot H_{r0} A_0 > \omega_0 \quad \text{banda aumentata}$$

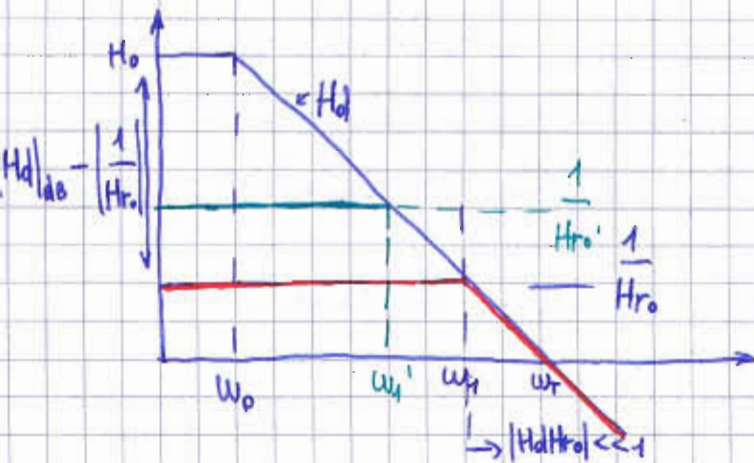
$$H(\omega) = \frac{A_0}{\underbrace{H_{r0} A_0}_{\gg 1}} = \frac{1}{H_{r0}} < A_0 \quad \text{guadagno in continuo ridotto}$$

$$GBW = A_0 \cdot \omega_0 = \frac{1}{H_{r0}} \cdot \omega_0 \cdot H_{r0} A_0 = \omega_0 A_0 \quad \text{costante}$$

↳ prodotto guadagno - larghezza di banda

Questo vale per la classe di sistemi dove c'è un polo dominante e H_r reale.

Disegno il diagramma di Bode



$$|Hd|_{db} - \left| \frac{1}{H_{r0}} \right|_{db} = \left[\frac{|Hd|}{\frac{1}{|H_{r0}|}} \right] = |HdH_{r0}|_{db}$$

perché sono in scala logaritmica

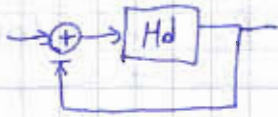
$$|H| = \frac{|Hd|}{|1 + HdH_{r0}|} \xrightarrow{|HdH_{r0}| \gg 1} |H| \approx \frac{1}{H_{r0}}$$

$$\xrightarrow{|HdH_{r0}| \ll 1} |H| \approx Hd$$

disegno il diagramma di Bode approssimato.

Banda ↓ e guadagno ↑ sono inversamente proporzionali.

Non considero $H_{ro} > 1$ perché con resistenze non posso mai amplificare. Il caso $H_{ro} = 1$ si ha quando al posto di H_r ho un filo.



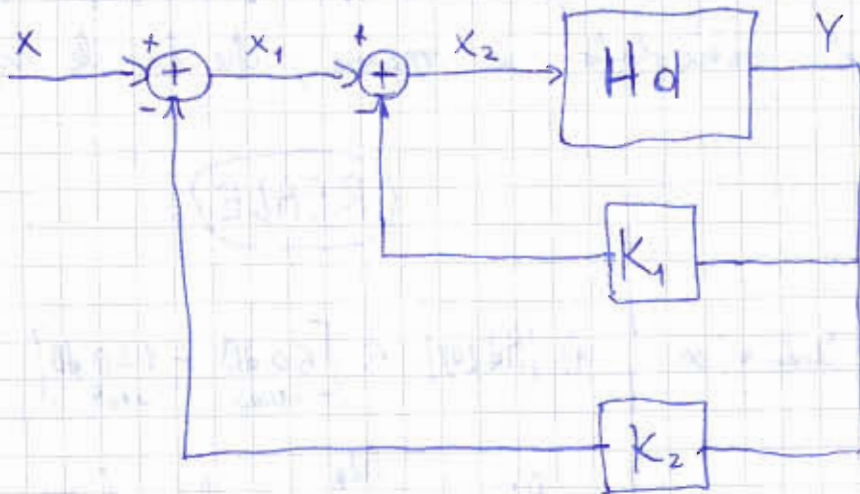
La banda massima ω_T si ha quando il guadagno è 1.

$$|H_d(\omega = \omega_T)| = 1. \quad H_d = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \Rightarrow \boxed{\omega_T = A_0 \omega_0} \quad \text{PULSAZIONE A GUADAGNO UNITARIO}$$

ESERCIZIO - Calcolare la banda di un sistema in retroazione in cui $H_d = A_0 R$ e $H_r = \frac{j\omega/\omega_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

La banda viene ridotta dalla retroazione, in questo caso.

ESERCIZIO 20/09/2005



$$H_d = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$H = \frac{Y}{X}$$

$$|H(\omega=0)| = ?$$

$$A_0 = 1000$$

$$K_1 = 0,01$$

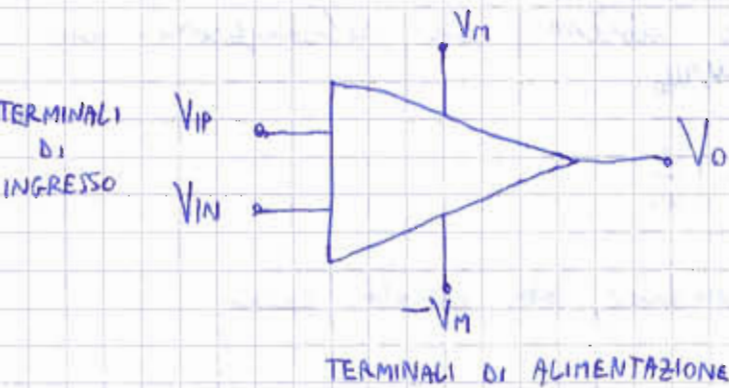
$$K_2 = 0,1$$

$$Y = X_2 H_d = (X_1 - Y K_1) H_d = [(X - Y K_2) - Y K_1] H_d = (X - Y \cdot K) H_d \quad \text{con } K = K_1 + K_2$$

$$H_d(\omega=0) = A_0 \quad Y_{of}(X - Y \cdot K) \cdot A_0 \Rightarrow \frac{Y_{of}}{X_{of}} = \frac{A_0}{1 + A_0 K} = \frac{1000}{1 + 1000 \cdot (0,1 + 0,01)} \approx 9$$

AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

Dispositivo rappresentato da questo simbolo circuitale.



È un amplificatore di tensione ad ingresso differenziale, cioè nessun terminale di ingresso è vincolato a massa, che ha le seguenti proprietà:

IDEALE

$$1) |A_d| = \left| \frac{V_o}{V_d} \right| \rightarrow \infty \quad \text{guadagno tende a } \infty$$

$$\hookrightarrow V_d = V_{IP} - V_{IN}$$

anche la banda è infinita

$$2) R_{IN} = \infty$$

$$3) R_{OUT} = 0$$

$$4) I_{INP} = I_{INN} = 0$$

correnti di polarizzazione di ingresso nulle

REALE

$$1) |A_d(\omega)| \in [60 \text{ dB} - 120 \text{ dB}]$$

$\sim 10^3$ $\sim 10^6$

$$A_d \approx \frac{A_{d0}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}} \quad f_T \approx [1 \text{ MHz} : 10 \text{ MHz}]$$

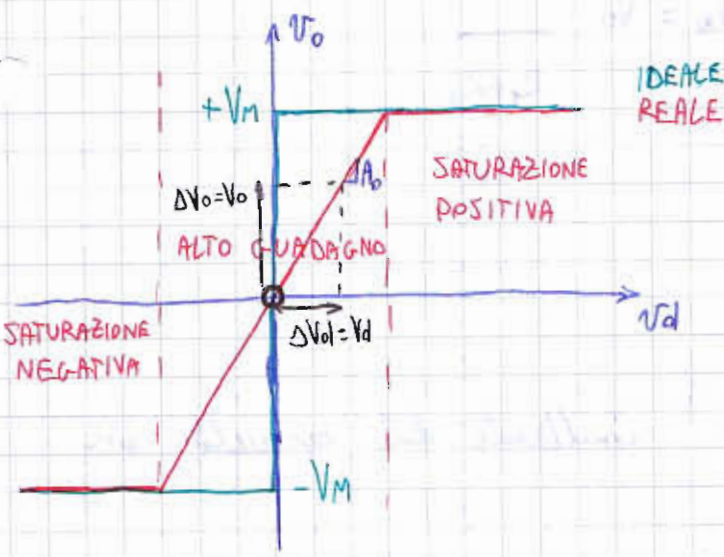
$\hookrightarrow f_T = A_{d0} \cdot f_0$

$$2) R_{IN} > 100 \text{ k}\Omega$$

$$3) R_{OUT} \in [10 \Omega : 1 \text{ k}\Omega]$$

$$4) I_{INP} = I_{INN} \in [10 \text{ nA} : 10 \mu\text{A}]$$

CARATTERISTICA INGRESSO - USCITA IN CONTINUA (DC)



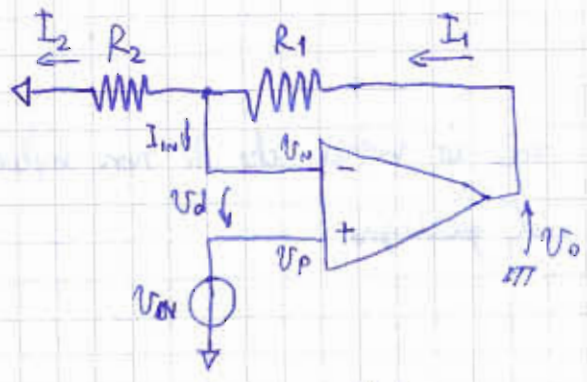
Linearizzo la curva reale. Scelgo \circ come punto di riposo

$$\frac{\Delta V_o}{\Delta V_d} = \frac{V_o}{V_d} \approx \frac{dV_o}{dV_d} \Big|_{V_d=0} = A_o$$

$$\frac{V_o}{V_d} = A_o \implies V_o = A_o \cdot V_d \text{ solo se } V_o \in [-V_M, V_M]$$

L'approssimazione di Taylor ha senso solo in regione di alto guadagno pochi vicini al punto di riposo.

$$V_o = \begin{cases} -V_M & \text{SAT. NEG.} \\ A_o V_d & \text{HIGH GAIN} \\ V_M & \text{SAT. POS.} \end{cases}$$



AMPLIFICAZIONE NON INVERTENTE

Hp: AMP. OP. in regione HG. (da verificare)

$$V_o = A_d \cdot V_d = A_d (V_p - V_n)$$

$$I_1 = I_2 + I_{in} = I_2$$

\uparrow
 $I_{in}=0$ per proprietà

$$I_1 = \frac{V_N}{R_2} \Rightarrow \frac{V_N}{R_2} = \frac{V_0 - V_N}{R_1} \Rightarrow V_N = V_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = \frac{V_0 - V_N}{R_1}$$

$$V_0 = A_d V_d = A_d \left(V_{IN} - V_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

Confronto questa relazione con quella risultante dal circuito in retroazione:

$$Y = H_d (X - Y H_r)$$

Vedo che $H_d = A_d$ e $H_r = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$ $Y = V_0$ $X = V_{IN}$

Quindi concludo che quel circuito è un circuito retroazionato.

$$H = \frac{V_0}{V_{IN}} \cong \frac{1}{H_r} \text{ se siamo in desensibilizzazione totale, cioè } |H_r A_d| \gg 1$$

$$\left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} A_d \right| \gg 1 \text{ VER}$$

$\rightarrow \infty$

$$H = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \text{ guadagno ben controllato}$$

\rightarrow non dipende dalla temperatura

AMPLIFICAZIONE DI MODO COMUNE

$$A_c = \frac{V_0}{V_{cm}} \text{ dove } V_{cm} = \frac{V_p + V_n}{2}$$

Idealmente, $A_c = 0$ e $CMRR = \left| \frac{A_c}{A_d} \right| = 0$ ma io vorrei che A_c non influenzasse il guadagno

Nel reale, $|A_c| > 0$

$V_o \approx V_{IN} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$ vale solo se siamo in regione HIGH GAIN,

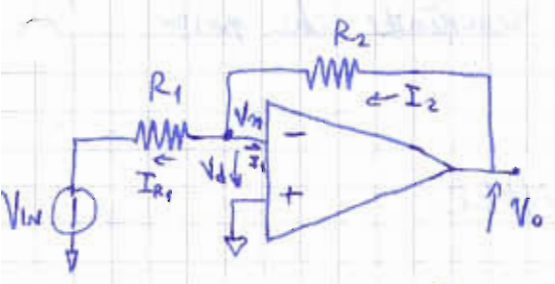
cioè se $|V_o| = \left|V_{IN} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right| \leq V_m$ altrimenti $V_o = AdV_d$ non vale più.

↳ YES $\rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{IN}$

↳ NO $\rightarrow \left|V_{IN} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right| > V_m \rightarrow V_o = V_m$

↳ $\left|V_{IN} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right| < -V_m \rightarrow V_o = -V_m$

AMPLIFICATORE INVERTELENTE



$$V_o = AdV_d = Ad \cdot (0 - V_m)$$

Per ricavare V_m faccio il bilancio delle correnti:

$$\frac{V_{IN}}{R_1} + I_1 = I_2 \quad \frac{V_m - V_{IN}}{R_1} = \frac{V_o - V_m}{R_2} \Rightarrow V_m \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_{IN}}{R_1} + \frac{V_o}{R_2}$$

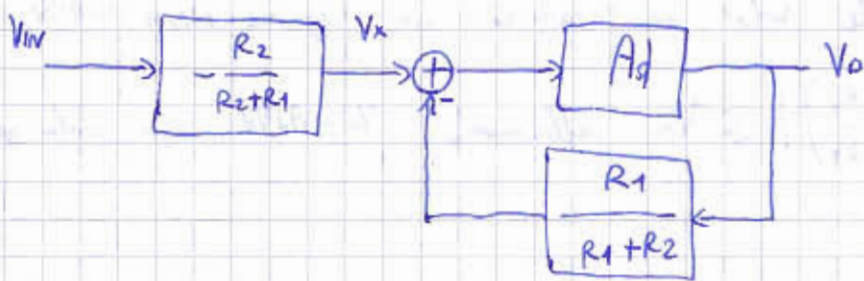
$$V_m = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(\frac{V_{IN}}{R_1} + \frac{V_o}{R_2} \right) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{IN} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o$$

$$V_o = -AdV_m = Ad \cdot \left[\frac{-R_2}{R_1 + R_2} V_{IN} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o \right]$$

$$Y = H_d (X - Y H_r)$$

$$\Rightarrow Y = V_o \quad H_d \Rightarrow Ad$$

$$H_r = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad X = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{IN}$$



SCHEMA A BLOCCHI
DELL'AMPLIFICATORE
INVERTENTE

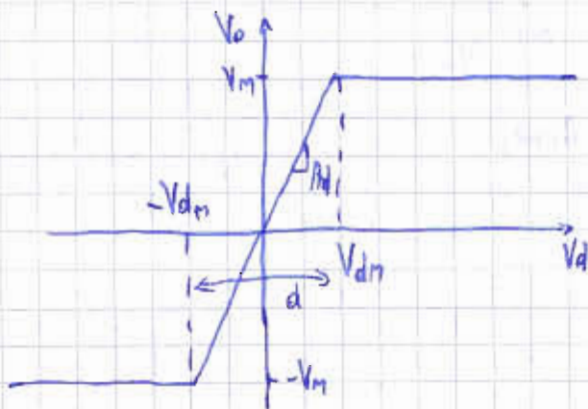
In desensibilizzazione totale $V_O = V_X \cdot \frac{1}{H_r} = V_{IN} \left(-\frac{R_2}{R_1+R_2} \right) \cdot \left(\frac{R_1+R_2}{R_1} \right) =$
 $= V_{IN} \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1} \right)$ vero se $\left| -V_{IN} \frac{R_2}{R_1} \right| \leq V_M$

Il guadagno è dato dal rapporto di due resistenze che posso dimensionare in modo preciso.

CORTO CIRCUITO VIRTUALE

È un'ipotesi che noi faremo a priori, per cui bisognerà fare verifiche alla fine.

Per capire cosa sia, parto dalla caratteristica reale dell'A.O.



Calcolo $\pm V_{dm}$

$$V_{dm} = \frac{V_M}{A_{d0}}$$

L'amplificatore operazionale lavora in H.G. se $V_d \in \left[-\frac{V_M}{A_{d0}}, \frac{V_M}{A_{d0}} \right]$

Considero $V_M = 10V$ e $A_{d0} = 10^5$

$\Rightarrow V_{dm} = 100 \mu V$ molto piccolo.

$$d = 2 \frac{V_m}{A_{d0}} \xrightarrow{A_{d0} \rightarrow \infty} 0$$

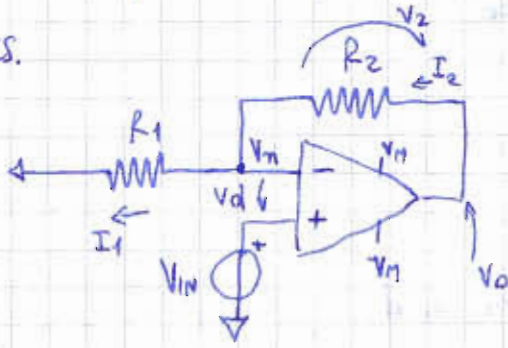
$$d \ll V_m \Rightarrow d \approx 0 \Rightarrow V_d \approx 0$$

IPOTESI DI
CORTO CIRCUITO
VIRTUALE (C.C.V.)

|| IF A.O. in H.G. $\Rightarrow V_d \approx 0$ || IPOTESI C.C.V. \rightarrow vale solo in H.G.

Devo poi verificare che sia H.G.

ES.



Ipotesi: corto circuito virtuale \Rightarrow D.A. H.G.

$$1) V_d = 0 \Rightarrow V_m - V_p = 0$$

$$2) V_m = V_p = V_{IN}$$

$$3) I_1 = \frac{V_m}{R_1} = \frac{V_{IN}}{R_1}$$

$$4) I_2 = I_1 \text{ perché } I_{IN} = 0 \text{ (proprietà A.O.)} \quad I_2 = \frac{V_{IN}}{R_1}$$

$$5) V_0^* = V_2 + V_m = R_2 I_2 + V_{IN} = V_{IN} \cdot \frac{R_2}{R_1} + V_{IN} = V_{IN} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$6) \text{ Verifico le ipotesi: } |V_0^*| \leq V_m \rightarrow V_0 = V_{IN} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad \text{C.C.V. OK}$$

$$\rightarrow V_0^* > V_m \rightarrow V_0 = V_m$$

$$\rightarrow V_0^* < -V_m \rightarrow V_0 = -V_m$$

C.C.V. NON
FUNZIONA

Dimostro che vale questo

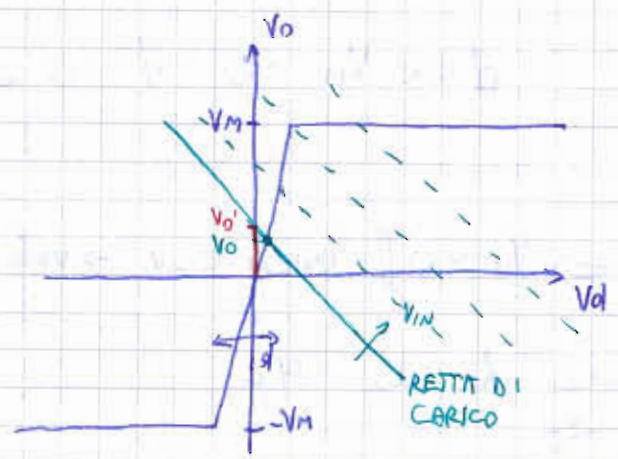
$$V_0 = A_d V_d$$

$$V_m = V_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_d = V_{IN} - \frac{R_2}{R_1} V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{V_d}{\frac{R_2}{R_1}} + \frac{V_{IN}}{\frac{R_2}{R_1}}$$

I due vincoli sono

$$\begin{cases} V_o = V_m \\ V_o = A_d V_d \rightarrow \forall |V_o| \leq V_m \\ V_o = -V_m \end{cases}$$

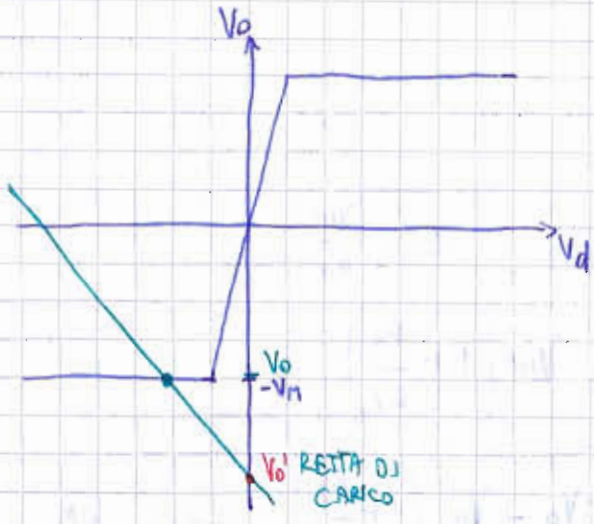
$$V_o = -\frac{V_d}{H_r} + \frac{V_{IN}}{H_r} \quad \text{RETTA DI CARICO}$$



$V_o \rightarrow$ soluzione esatta

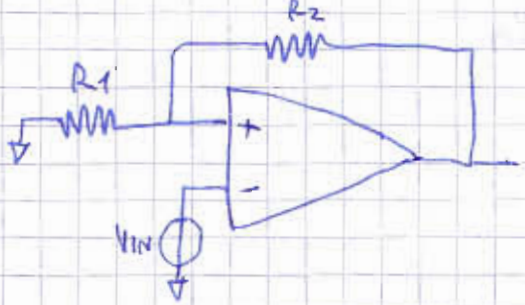
$V_o' \rightarrow$ soluzione approssimata con C.C.V.

L'errore sarà molto piccolo, sempre inferiore a d.



$V_o' < -V_m \Rightarrow$ C.C.V. non valido

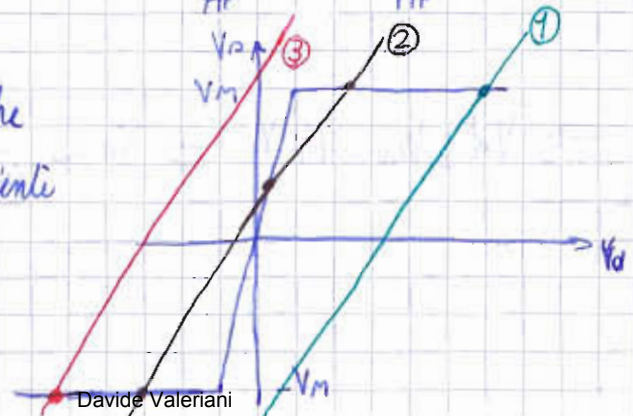
Provo a vedere cosa succede scambiando i guadagni di ingresso dell'operazionale.



$$V_P = V_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_d = V_o \cdot H_r - V_{IN}$$

$$V_o = V_d \cdot \frac{1}{H_r} + V_{IN} \cdot \frac{1}{H_r}$$

Disegno le rette di carico, che è ora positiva come coefficiente angolare. loro tre assi:



① $V_o = V_M$

② $V_o = V_M$

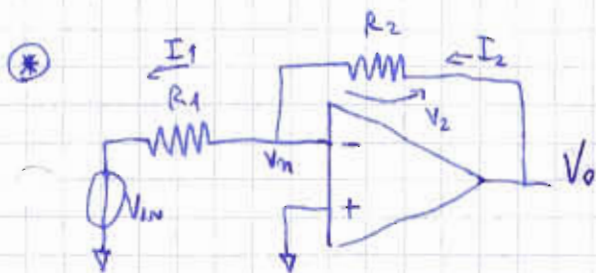
$V_o = -V_M$

$V_o \Rightarrow$ D.H.G. punto instabile \rightarrow dimostrato più avanti!

③ $V_o = -V_M$

Per tre punti di riposo \rightarrow circuiti errati

CIRCUITI CON A.O.



AMPLIFICATORE INVERTENTE

1) Ipotesi C.C.V. $\rightarrow V_d = 0 \rightarrow V_n = 0 = V_p$

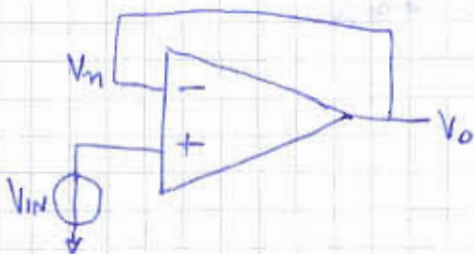
2) $I_1 = I_2$ essendo $I_{in}^- = 0 \quad I_1 = \frac{V_n - V_{in}}{R_1} = -\frac{V_{in}}{R_1}$

3) $V_o = V_n + V_2 = 0 + R_2 I_2 = R_2 \cdot \left(-\frac{V_{in}}{R_1}\right) = -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$

4) $\begin{cases} |V_o^*| < V_M \rightarrow V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_{in} \\ V_o^* > V_M \rightarrow V_o = V_M \\ V_o^* < -V_M \rightarrow V_o = -V_M \end{cases}$

verifica delle ipotesi

⊗ INSEGUITORE o BUFFER \rightarrow serve quando voglio $R_{in} = \infty$ o $R_o \approx 0$



1) $V_d = 0 \quad V_n = V_p = V_{in}$

ma $V_o^* = V_n \Rightarrow V_o^* = V_{in}$

2) $|V_o^*| \leq V_M \quad V_o = V_{in}$

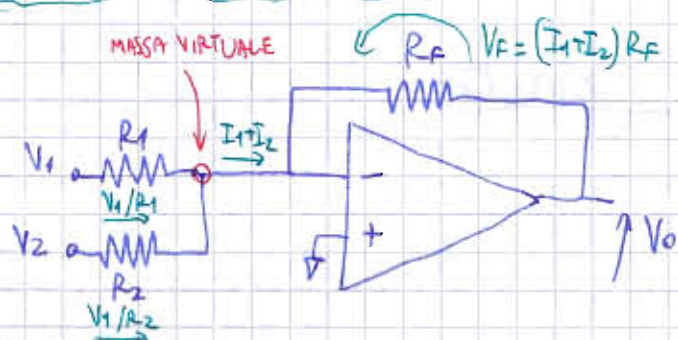
$V_o^* > V_M \quad V_o = V_M$

$V_o^* < -V_M \quad V_o = -V_M$

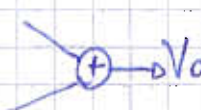
⊗ SOMMATTORE DI TENSIONE

Se devo sommare due correnti, è facile: 

Per sommare le tensioni, converti in correnti, le sommi e poi le riconverti in tensioni.



Posso usare la sovrapposizione degli effetti:

- A) $V_2 = 0$
 B) $V_1 = 0$  poi test CCV

A) $V_2 = 0$ ipotesi CCV $\rightarrow V_n = 0 \Rightarrow I_2 = 0 \Rightarrow$ amplificatore invertente

$$V_0' = -\frac{R_F}{R_1} V_1$$

B) $V_1 = 0$ stesso ragionamento $\rightarrow V_0'' = -\frac{R_F}{R_2} V_2$

Somma

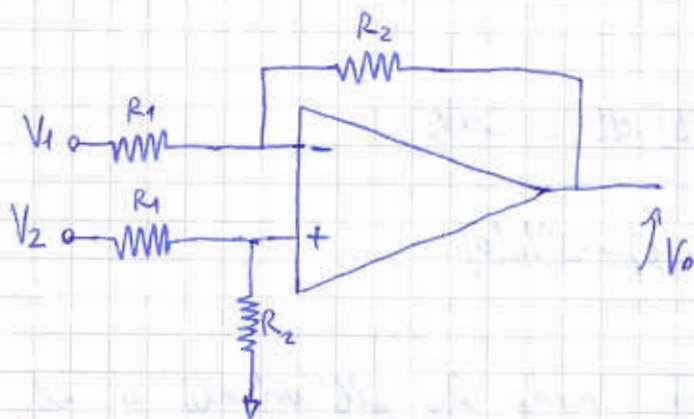
$$V_0 = V_0' + V_0'' = -R_F \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \right)$$

Se metto $R_1 = R_2 = R$ ottengo quello che voglio $V_0 = -\frac{R_F}{R} (V_1 + V_2)$

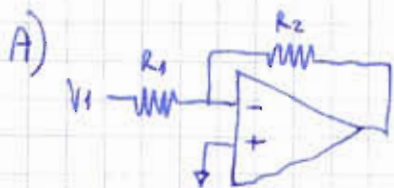
Mi dà se $R_1 \neq R_2$ per amplificare diversamente due canali.

* AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE DI PRECISIONE

$$V_0 = K(V_1 - V_2)$$

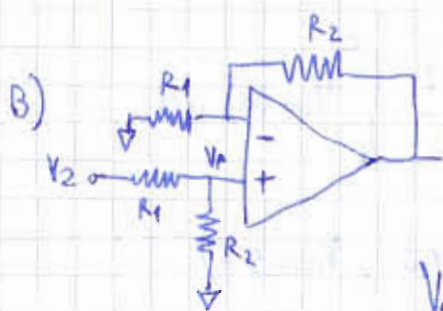


Sovrapposizione degli effetti: A: $V_2=0$; B: $V_1=0$

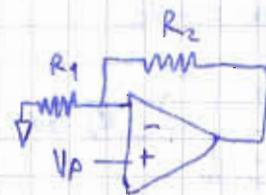


$$V_0^A = -\frac{R_2}{R_1} V_1$$

amplificatore
invertente



$$V_P = V_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



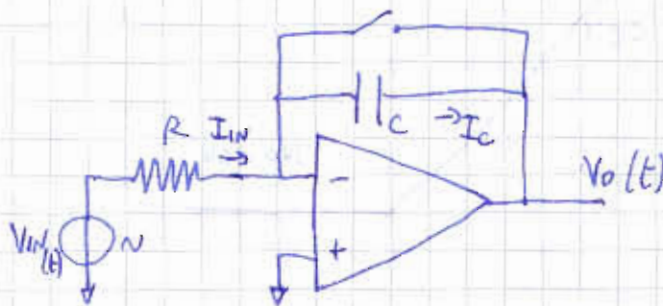
amplificatore
non invertente

$$V_0^B = V_P \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = V_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} = V_2 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_0 = V_0^A + V_0^B = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1) \quad \text{poi verifica c.c.v.}$$

* INTEGRATORE

$$V_0 = K \cdot \int_0^t V_{in}(\alpha) d\alpha$$



1) c.c.v. $V_d = 0$ $V_m = V_p = 0$

$$2) I_{IN} = \frac{V_{IN}(t)}{R}$$

3) $I_C = I_{IN}$ se l'interruttore è aperto

$$I_C \downarrow \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array} V_C \quad I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \rightarrow I_C(t) dt = C dV_C$$

$$\int_0^t I_C(\alpha) d\alpha = C \int_0^t dV_C = C V_C(t) - C V_C(0)$$

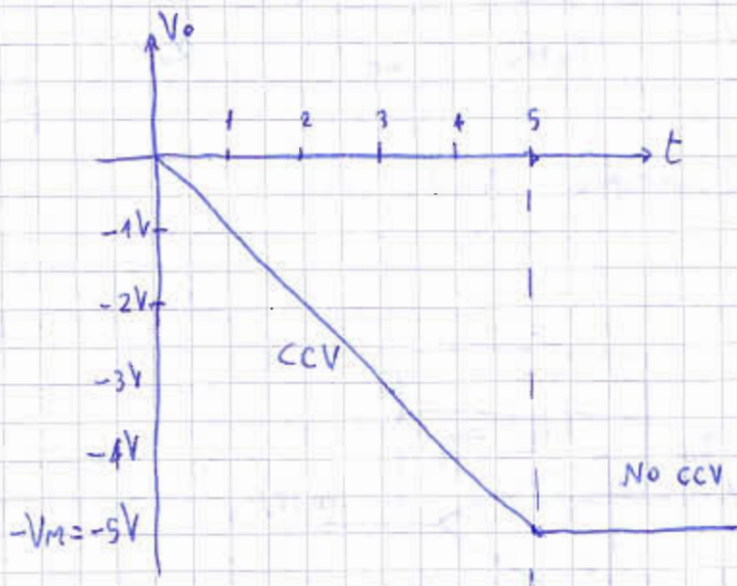
L'interruttore mi serve per fare in modo che all'istante 0 il condensatore sia scarico $\rightarrow V_C(0) = 0$

$$\Rightarrow V_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I_C(\alpha) d\alpha$$

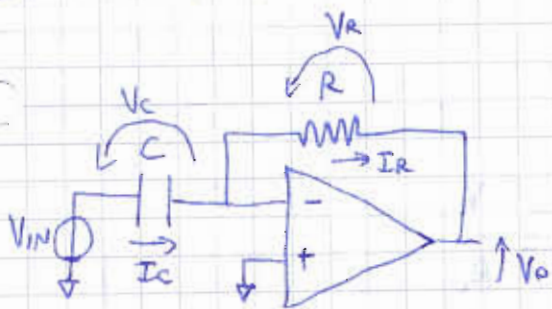
$$4) V_o = -V_C + V_{IN} = -V_C$$

$$5) V_o = -V_C = -\frac{1}{C} \int_0^t I_C(\alpha) d\alpha = -\frac{1}{C} \int_0^t I_{IN}(\alpha) d\alpha = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_{IN}(\alpha) d\alpha$$

6) Verifica delle ipotesi (dati: $V_{IN} = 1V$, $RC = 15$, $V_M = 5V$)



* DERIVATORE



1) C.C.V. $V_d = 0 \rightarrow V_m = 0$

2) $I_C = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{dV_{IN}}{dt}$

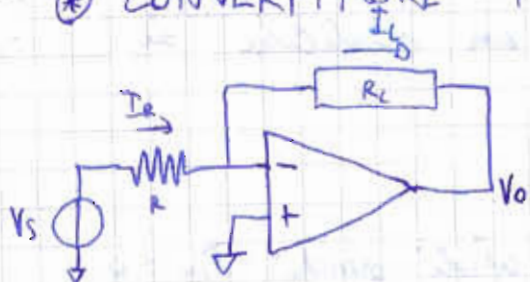
ma $I_C = I_R$

3) $V_O = V_m - V_R = -V_R = -R I_R = -RC \frac{dV_{IN}}{dt}$

a) verifica ipotesi C.C.V.

13/11/2009

* CONVERTITORE TENSIONE / CORRENTE V/I



CARICO FLOTTANTE → il carico non ha nessun terminale a massa.

1) C.C.V. $V_P = V_N = 0$

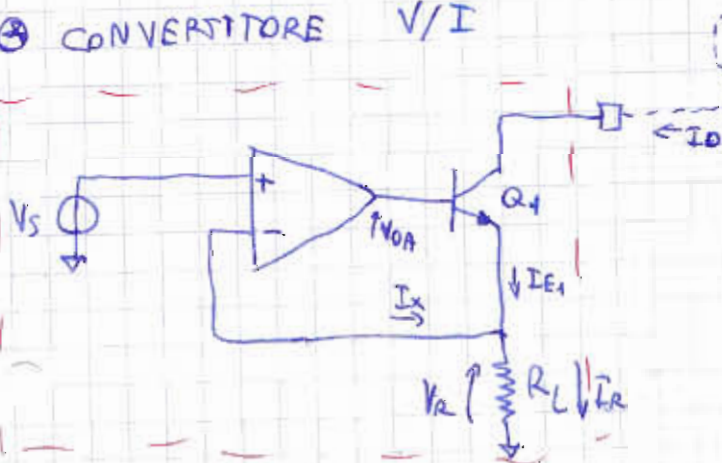
2) $I_R = \frac{V_S}{R}$

→ $I_L = \frac{V_S}{R}$

3) $I_R = I_L$

4) $|V_O| \leq V_M$ $V_O = -V_S \frac{R_L}{R} = V_m - R_L I_L$

* CONVERTITORE V/I



GENERATORE DI CORRENTE

1) C.C.V. $V_p = V_N = V_s \rightarrow V_R = V_N = V_s$

2) $I_R = \frac{V_R}{R_c} = \frac{V_s}{R_c}$

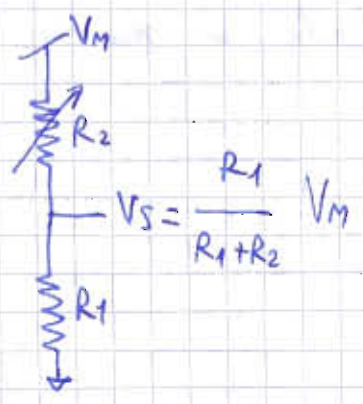
3) $I_{E1} + I_x = I_R$ ma $I_x = -I_{IN} = 0 \Rightarrow I_{E1} = I_R = \frac{V_s}{R_c}$

4) $I_{C1} \approx I_{E1} \rightarrow I_{C1} = I_o = \frac{V_s}{R_c}$

5) $V_{O_n} = V_{B1} = V_{E1} + V_Y = V_R + V_Y = V_s + V_Y$

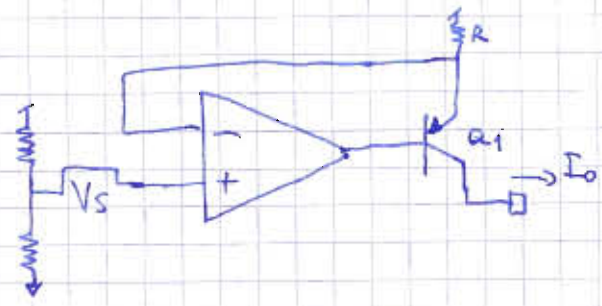
$|V_s + V_Y| \leq V_m$ per verificare ipotesi C.C.V.

In realtà, al posto del generatore V_s metter un generatore di tensione con resistenza variabile:

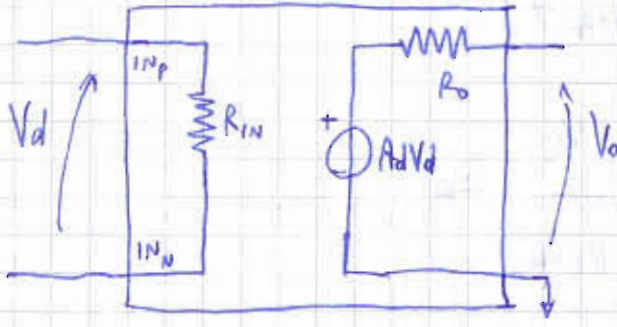


Questo non varia i calcoli perché $I_{IN} = 0$.

C'è anche la versione con corrente uscente con un BJT p-n-p.

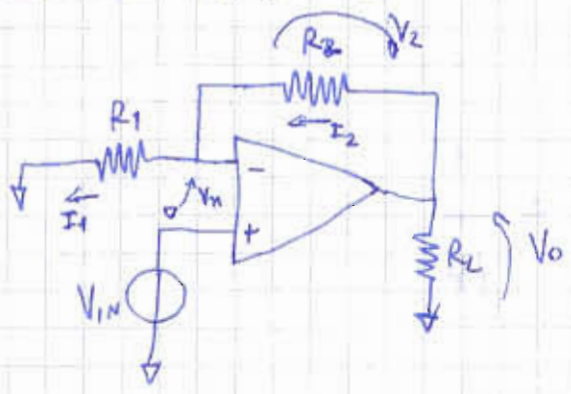


Quando A limitato e R_{out} non nulla, devo usare un modello più preciso.



MODELLO AMPLIFICATORE OPERAZIONALE A1 PICCOLI SEGNALI (simile al generatore di tensione)

ESERCIZIO 05/09/2008



Calcolare A_d minimo tale che l'errore $\epsilon = \frac{V_O - V_O'}{V_O} < 0,08\%$
 $V_O' \rightarrow$ amplificatore operazionale ideale

- $R_1 = 1\text{K}\Omega$
- $R_2 = 20\text{K}\Omega$
- $R_L = 1,5\text{K}\Omega$
- $R_{out} = 800\Omega$
- $R_{in} = \infty$

IDEALE: $\begin{cases} A_d \rightarrow \infty \\ R_{in} \Rightarrow \infty \\ R_o \rightarrow 0 \end{cases}$

$$V_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{IN}$$

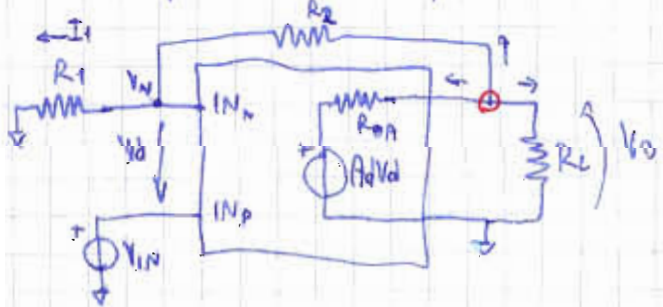
IP: C.C.V. $\rightarrow V_n = V_p = V_{IN}$

$$I_1 = \frac{V_{IN}}{R_1}$$

$$I_2 = I_1$$

$$V_O = V_n + V_2 = V_{IN} + R_2 I_2 = V_{IN} + \frac{R_2}{R_1} V_{IN} =$$

Studio l'impatto di A_d finito e R_o non nulla \rightarrow modello!



$R_{in} = \infty$ in questo caso, quindi non la disegno.

$$0: \frac{V_o}{R_L} + \frac{V_o - A_d V_d}{R_{OA}} + \frac{V_o}{R_1 + R_2} = 0$$

$$V_d = V_{IN} - V_{IN} = V_{IN} - (I_1 R_1) = V_{IN} - \left(\frac{V_o \cdot R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

$$\frac{V_o}{R_L} + \frac{V_o}{R_{OA}} - \frac{A_d}{R_{OA}} \cdot \left[V_{IN} - \frac{V_o \cdot R_1}{R_1 + R_2} \right] + \frac{V_o}{R_1 + R_2} = 0$$

$$V_o \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_{OA}} + \frac{H_r A_d}{R_{OA}} + \frac{1}{R_1 + R_2} \right) = \frac{A_d}{R_{OA}} V_{IN}$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{A_d / R_{OA}}{\frac{1}{R_L} + \frac{1 + H_r A_d}{R_{OA}} + \frac{1}{R_1 + R_2}} \quad \lim_{A_d \rightarrow \infty} A_v = \frac{1}{H_r}$$

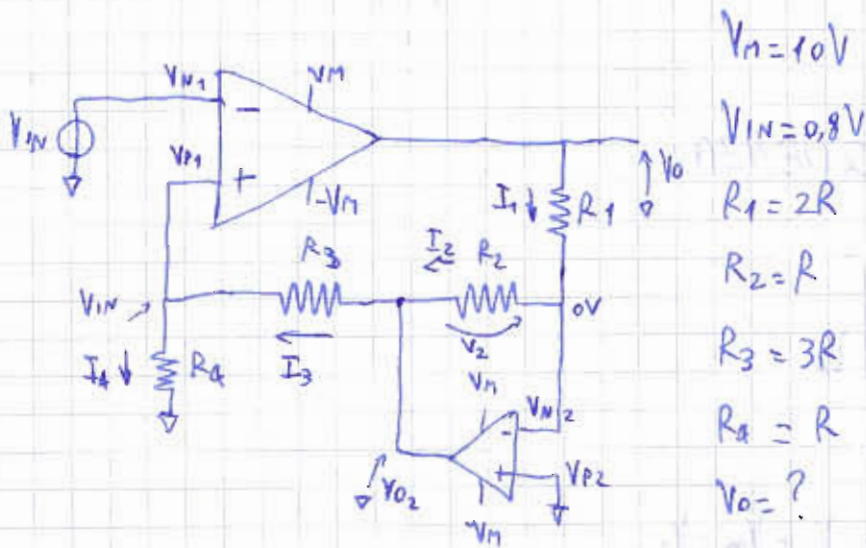
$$\epsilon = \frac{V_o - V_o'}{V_o} = \frac{V_{IN} \cdot A_v - V_{IN} \cdot \frac{1}{H_r}}{V_{IN} \cdot A_v} = \frac{A_v - \frac{1}{H_r}}{A_v} = 0,08\% = 8 \cdot 10^{-4}$$

$$A_v - \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 8 \cdot 10^{-4} \cdot A_v \quad A_v (1 - 8 \cdot 10^{-4}) = 21 \quad A_v = \frac{21}{1 - 8 \cdot 10^{-4}} =$$

$$A_v = \frac{A_d / R_{OA}}{\frac{1}{R_L} + \frac{1 + H_r A_d}{R_{OA}} + \frac{1}{R_1 + R_2}} = \frac{21}{1 - 8 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \text{ricavo } A_d$$

$$A_d = -41250 \quad |A_d|_{dB} = 20 \log(41250) = 92,30 \text{ dB}$$

04/09/2009



IPOTESI: C.C.V. per entrambi

$$V_{N1} = V_{P1} = V_{IN}$$

$$V_{N2} = V_{P2} = 0$$

$$I_1 = I_2 \quad I_1 = \frac{V_0 - V_{N2}}{R_1} = \frac{V_0}{R_1} = I_2$$

$$V_2 = R_2 \cdot I_2 = R_2 \cdot \frac{V_0}{R_1}$$

$$V_{O2} = V_{N2} - V_2 = -V_2 = -\frac{R_2}{R_1} V_0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_3 = \frac{V_{O2} - V_{P1}}{R_3} = \left(-\frac{R_2}{R_1} V_0 - V_{IN} \right) \cdot \frac{1}{R_3} \\ I_A = \frac{V_{P1}}{R_4} = \frac{V_{IN}}{R_4} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} I_3 = I_A \text{ perché su } V_{P1} \\ \text{non scorre corrente} \end{array} \right.$$

$$I_A = I_3 \Rightarrow \frac{V_{IN}}{R_4} = \left(-V_0 \frac{R_2}{R_1} - V_{IN} \right) \cdot \frac{1}{R_3} \Rightarrow V_0 (V_{IN}) = -8 V_{IN} = -6,4V$$

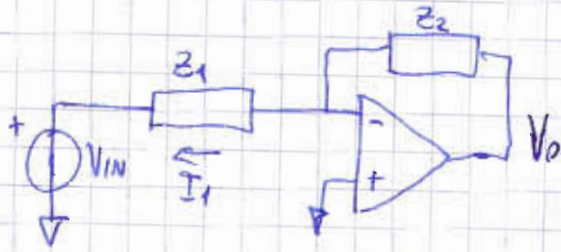
Verifico che

$$|V_0| \leq V_M \rightarrow |V_0| \leq V_M$$

$$|V_{O2}| \leq V_M \rightarrow \left| -V_0 \frac{R_2}{R_1} \right| \leq V_M$$

Se vale la prima ma non la seconda, impongo $V_{o2} = \pm V_{in}$ e rifaccio i calcoli.

CIRCUITI IN FREQUENZA

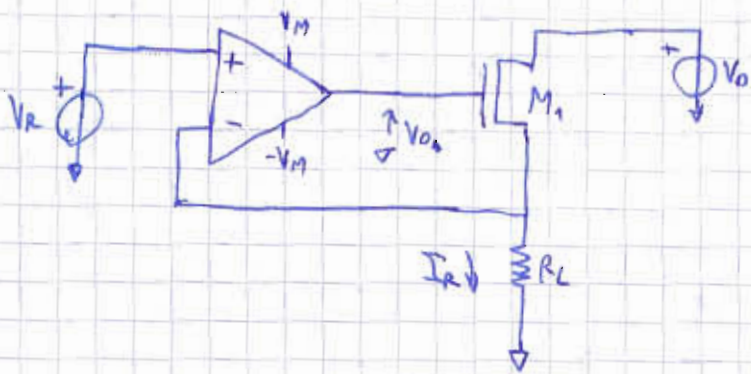


C.C.V. $V_P = V_N = 0$ $V_O = V_2 + V_M = V_2$

$$I_1 = -\frac{V_{IN}}{Z_1} \quad V_{O2} = -\frac{Z_2}{Z_1} V_{IN} \quad A_V = \frac{V_O}{V_{IN}} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$I_2 = -\frac{V_{IN}}{Z_2}$$

ESERCIZIO 5/2/2009



$$V_R = 1,25 \text{ V}$$

$$\beta_1 = 8 \text{ mA/V}^2$$

$$V_M = 5 \text{ V}$$

$$V_T = 1,2 \text{ V}$$

$$V_O = 5 \text{ V}$$

$$V_{O2} = ?$$

$$R_L = 550 \Omega$$

1) C.C.V. $V_P = V_N = V_R$

2) $I_R = \frac{V_N}{R_L} = \frac{V_R}{R_L}$

3) $I_{D1} = \frac{V_R}{R_L} = 2,27 \text{ mA}$

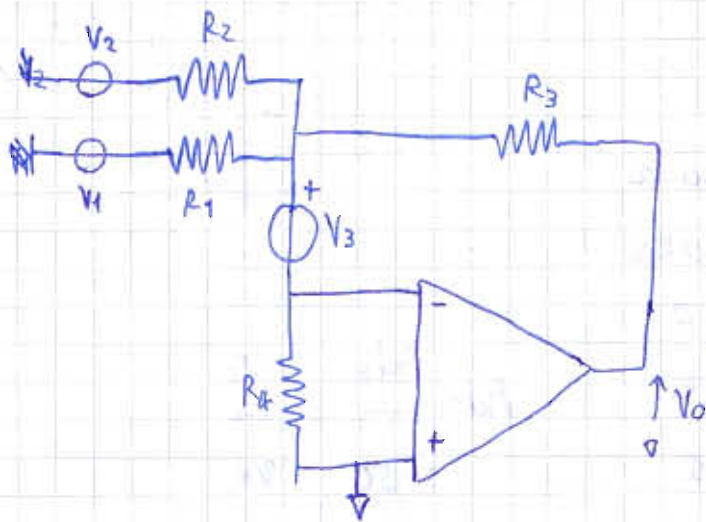
4) $V_{OA} = V_T + V_{GS1}$ 5) $I_{D1} = \frac{\beta_1}{2} (V_{GS1} - V_T)^2 \Rightarrow V_{GS1} = V_T + \sqrt{\frac{2I_{D1}}{\beta_1}} = 1,95 \text{ V}$

$$V_{OA} = 3,2 \text{ V}$$

6) $|V_{OA}| \leq V_M$ per verifica ipotesi C.C.V. ✓

$$V_{OS} = V_O - V_R \geq V_{GS} - V_T = \sqrt{\frac{2I_{D1}}{\beta_1}} \quad \text{verifica MOS SAT. } 3,75 \geq 0,75 \checkmark$$

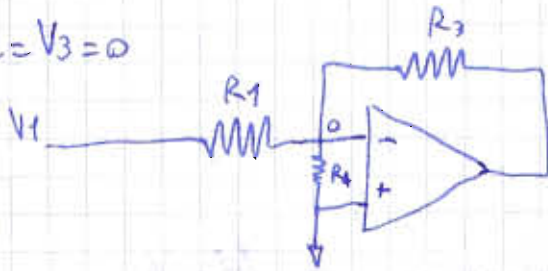
17/09/2008



- $V_m = 10V$
- $R_1 = 2,5k\Omega$
- $R_2 = 5k\Omega$
- $R_3 = 2,5k\Omega$
- $R_4 = 500\Omega$
- $V_1 = 1V$
- $V_2 = 3V$
- $V_3 = 2,5V$
- $V_o = ?$

Sovrapposizione effetti

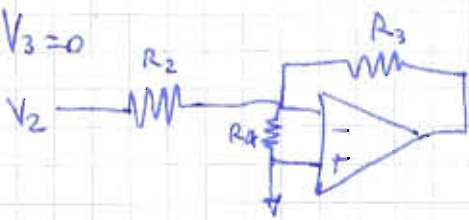
⊗ $V_2 = V_3 = 0$



$$\begin{aligned} V_o' &= -V_1 \frac{R_3}{R_1} \\ &= -1V \end{aligned}$$

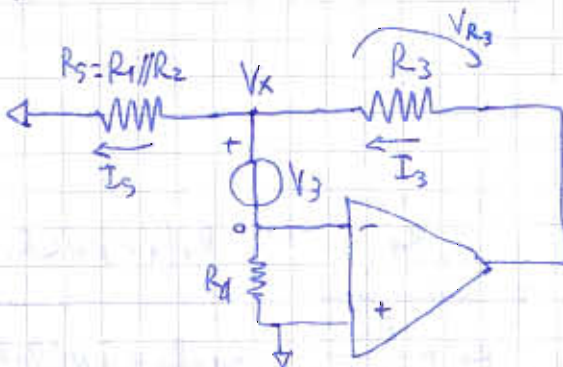
La R_4 non
scorre corrente
quindi nessuna
caduta di
tensione

⊗ $V_1 = V_3 = 0$



$$V_o'' = -V_2 \frac{R_3}{R_2} = -1,5V$$

⊗ $V_1 = V_2 = 0$



1) c.c.v. $V_n = V_p = 0$ ($I_{R4} = 0$)

$$V_x = 0 + V_3 = V_3$$

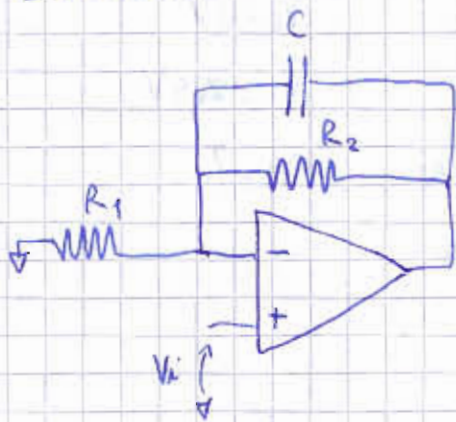
$$I_s = \frac{V_3}{R_5} = I_3 = 1,5 \text{ mA}$$

$$V_o''' = V_x + V_{R3} = V_3 + R_3 I_3 = V_3 + R_3 \cdot \frac{V_3}{R_5} = V_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_5} \right) = 6,25V$$

$$V_o = V_o' + V_o'' + V_o''' = -V_1 \frac{R_3}{R_1} - V_2 \frac{R_3}{R_2} + V_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_5} \right) = 3,75V$$

Controllo $|V_o| \leq V_m$ ✓

ESERCIZIO



$$R_1 = 300 \Omega$$

$$R_2 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$C = 10 \mu\text{F}$$

$$A_{d0} = 10^6$$

$$\tau = 0,15$$

$$A_d = \frac{A_{d0}}{1 + s\tau} = \frac{V_o}{V_d}$$

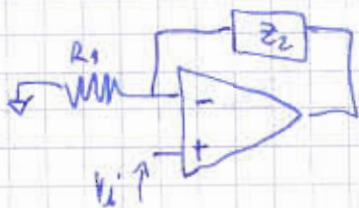
Calcolare la pulsazione ω_f tale che $|A_d(j\omega_f) \cdot H_r(j\omega_f)| = 1$

$$A_d(j\omega) = \frac{A_{d0}}{1 + j\omega\tau}$$

Devo ricondurre lo schema al diagramma a blocchi.



Nota che il circuito ammonta a un A.O. non invertente.



$$H_d = A_d = \frac{V_o}{V_d} = \frac{A_{d0}}{1 + j\omega\tau}$$

$$H_r = \frac{R_1}{R_1 + Z_2} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega C R_2}} = \frac{R_1(1 + j\omega C R_2)}{R_1 + R_2 + j\omega C R_2 R_1}$$

$$Z_2 = R_2 // C = R_2 // \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{\frac{R_2 j\omega C + 1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega C R_2}$$

$$T = H_d H_r = \frac{A_{d0}}{1+j\omega\tau} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot \frac{1+j\omega CR_2}{1+j\omega C \frac{R_2 R_1}{R_1+R_2}} = \frac{A_{d0}}{1+j\omega\tau} H_{ro} \cdot \frac{1+j\omega\tau_2}{1+j\omega\tau_3}$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

$$\tau_3 = \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} \cdot C$$

Qua impongo $|T|=1$

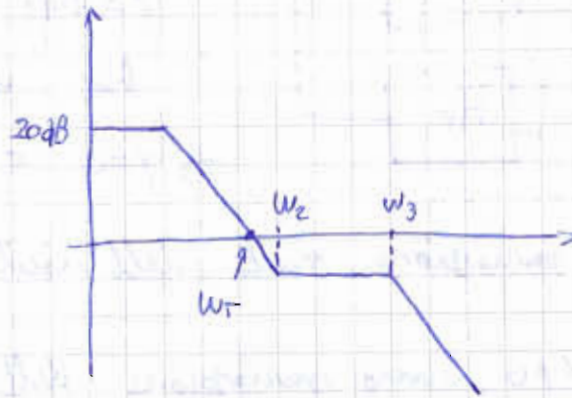
$$\frac{A_{d0}}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \cdot H_{ro} \cdot \frac{\sqrt{1+(\omega\tau_2)^2}}{\sqrt{1+(\omega\tau_3)^2}} = 1 \dots \omega_T = \pm 6,66 \cdot 10^6$$

oppure posso ragionare sui diagrammi di Bode.

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\tau_2}$$

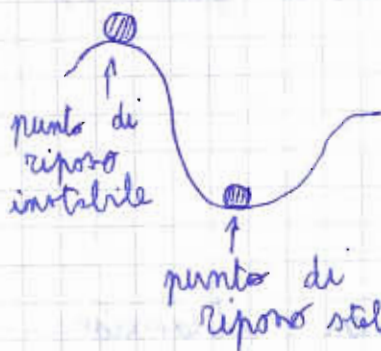
$$\omega_3 = \frac{1}{\tau_3} > \omega_2$$



17/11/2009

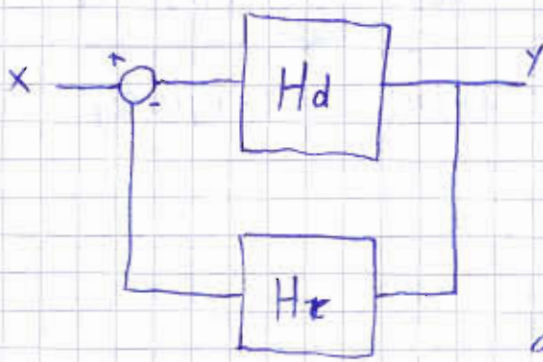
STABILITÀ

Ci riferiamo alla stabilità di un punto di riposo.



→ spostando la pallina di poco, essa tornerà a posizionarsi nel punto di riposo

Lo stesso concetto vale per gli amplificatori.



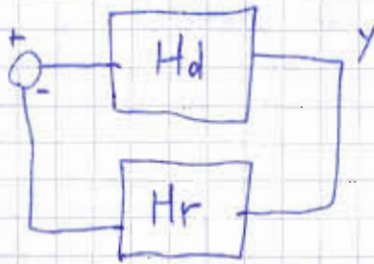
$$H = \frac{Y}{X} = \frac{H_d}{1 + H_d H_r}$$

Questo modello descrive della linearizzazione del sistema attorno a un punto di riposo.

Applico una piccola variazione all'ingresso tale da rimanere intorno al punto di riposo.

ESEMPIO

$$x=0$$



$$Y = H_d(-Y H_r) \Rightarrow Y(1 + H_d H_r) = 0$$

ho due casi

$$\Rightarrow Y=0 \quad \vee \quad \begin{cases} 1 + H_d H_r = 0 \\ Y \neq 0 \end{cases}$$

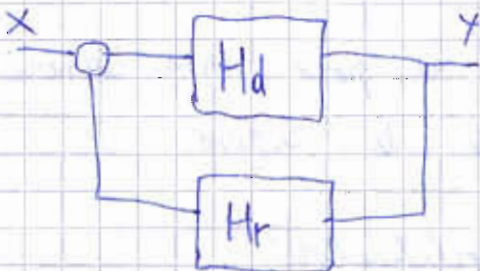
$Y=0$, ovvero variazione nulla dell'uscita, è un caso di STABILITÀ

$1 + H_r H_d = 0$ e $Y \neq 0$, ovvero variazione dell'uscita senza che vari l'ingresso non nulla, è un caso di INSTABILITÀ.

$$\text{INSTABILE} \Leftrightarrow H_d H_r = -1$$

Basta anche una sola ω tale che $H_d H_r = -1$ per rendere instabile il sistema, in quanto l'ingresso impulsivo copre, in generale, tutte le frequenze.

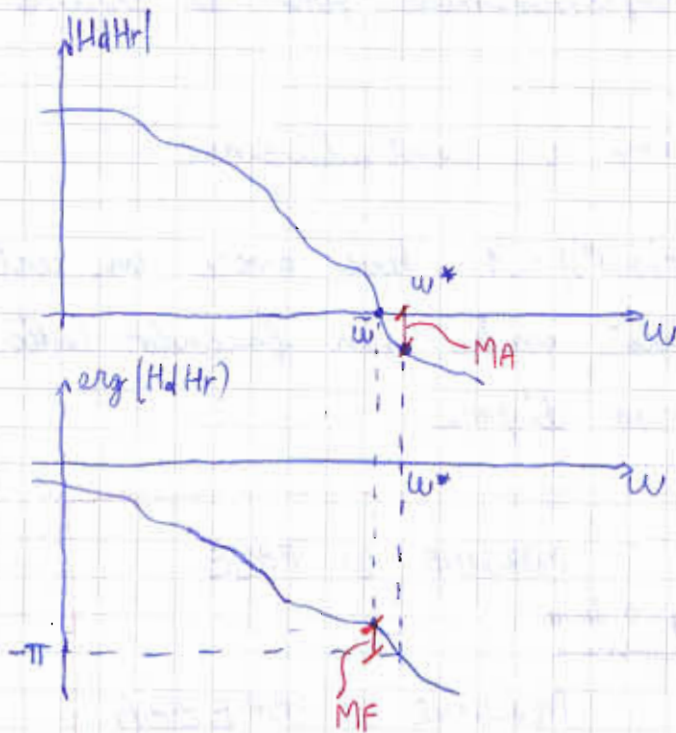
CRITERIO DI STABILITÀ DI BODE



- Vale per i sistemi in retroazione.
- Dà una condizione sufficiente ma non necessaria (anche se in pratica lo è).

$H_d H_r$: GUADAGNO DI ANELLO (loop gain)

- Disegnare i diagrammi di modulo e fase del guadagno ad anello.



(andamento casuale)

Insomma che il guadagno sia monotono decrescente da un certo punto in poi.

Considero w^* tale che $\arg(H_d(jw^*)H_r(jw^*)) = -\pi$. Se:

$$\bullet |H_d(jw^*) H_r(jw^*)| < 1 \Rightarrow \text{STABILE}$$

Considero \tilde{w} tale che $|H_d(j\tilde{w}) H_r(j\tilde{w})| = 1$. Se

$$\bullet \arg(H_d(j\tilde{w}) H_r(j\tilde{w})) > -\pi \Rightarrow \text{STABILE}$$

Se $\arg(H_d(jw^*) H_r(jw^*)) = -\pi$ vuol dire che $H_d H_r$ è un numero reale negativo. Quindi, il segnale y , dopo un giro, si trova moltiplicato per un numero reale positivo.

- se $|H_d H_r| < 1$, $y \rightarrow 0 \Rightarrow \text{STABILE}$

- se $|H_d H_r| > 1$, $y \rightarrow \infty \Rightarrow \text{INSTABILE}$

Ma avremmo detto che ho instabilità per $H_d H_r = -1$, pertanto

- $H_d H_r = -2$ non rientrerebbe nell'instabilità. Come mai?

Perché $H_d H_r = -1$ è la condizione affinché a regime il sistema sia instabile.

Luttenza, $H_d H_r = -2$ non può valere a regime, altrimenti si uscirebbe dalla zona di linearità (γ aumenta linearmente nel tempo).

umentando γ , il guadagno cala progressivamente, fino ad arrivare proprio a -1 .

Quindi le due condizioni non sono in contraddizione.

In realtà, il vincolo $|H_d(j\omega^*) H_r(j\omega^*)| < 1$ deve avere un certo margine che garantisce la stabilità anche non facendo tutte le varie approssimazioni fatte in corso d'opera.

$$MF = \arg(H_d(j\tilde{\omega}) \cdot H_r(j\tilde{\omega})) + \pi \quad \text{MARGINE DI FASE}$$

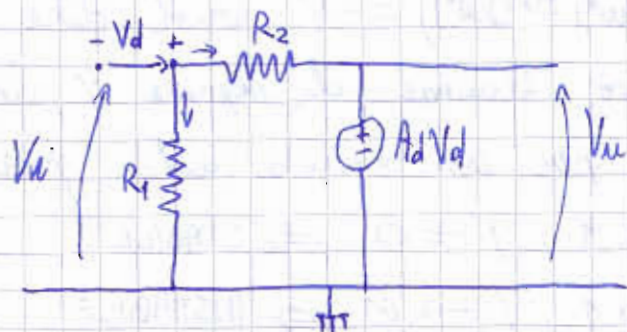
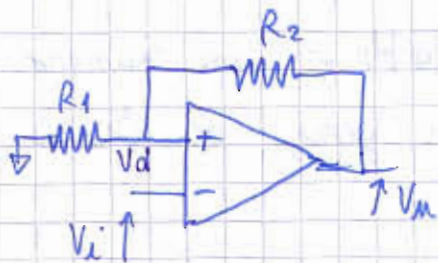
\uparrow $\arg < 0$, devo uniformare

$$MA [dB] = -|H_d(j\omega^*) H_r(j\omega^*)|_{dB} \quad \text{MARGINE DI AMPIEZZA}$$

Più sono alti e più sono tranquillo. Luttenza, per aumentare MA devo ridurre il guadagno ad anello \Rightarrow compromesso.

ESEMPIO

Supponiamo che, per errore, la retroazione sia portata sul morsetto +



$$\begin{cases} \frac{V_i}{R_1} + \frac{V_i + V_d - V_u}{R_2} = 0 \\ V_u = A_d V_d \end{cases} \Rightarrow V_i \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = V_u \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{A_d} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right]$$

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{(R_1 + R_2) A_d}{R_1 A_d - (R_1 + R_2)} = \frac{H_d}{1 + H_d H_r}$$

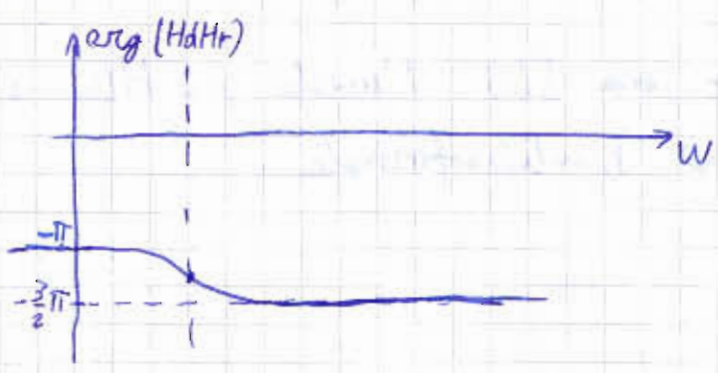
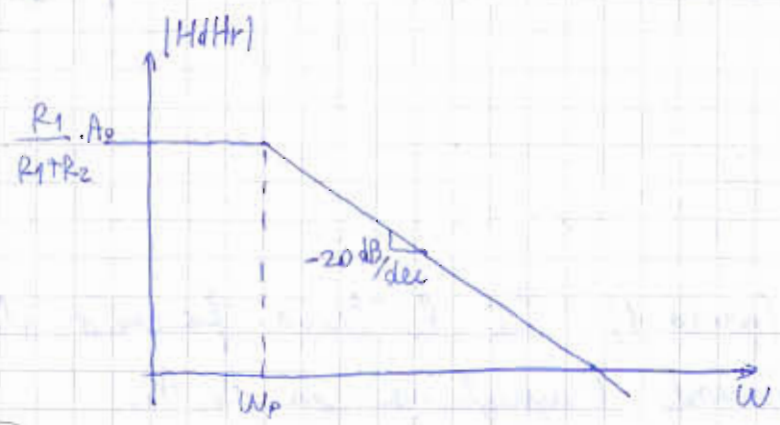
Vorrei avere come $H_d = -A_d$, affinché il blocco diretto sia l'A.O.
 ↑ ingresso su morsetto -

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{-A_d}{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_d} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} H_d = -A_d \\ H_r = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{matrix}}$$

Se $A_d \rightarrow \infty$, il guadagno è lo stesso di quello trovato con l'ipotesi del corto circuito virtuale.

Vediamo ora se il criterio di Bode è soddisfatto.

$$A_d = \frac{A_0}{1 + s/\omega_p} \quad H_d H_r = \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_0}{1 + s/\omega_p}$$

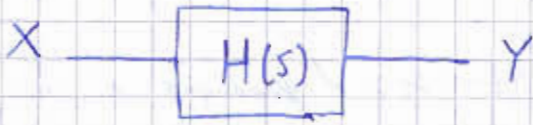


Se $\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_0 \geq 1$ allora ci aspettiamo che il circuito sia instabile perché non soddisfa il criterio di Bode

Se $\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot A_0 < 1$ allora il circuito è stabile.

In generale, quindi, mettendo la retroazione sul morsetto + trovo che il sistema è instabile.

METODO DEI POLI DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO



Considero un sistema (in generale, non in retroazione).

$$H(s) = \frac{A_0 + A_1 s + \dots + A_m s^m}{1 + B_1 s + \dots + B_n s^n}$$

con $n > m$ affinché per frequenze alte il guadagno tenda a 0.

POLI: p_1, p_2, \dots, p_n

Posso scrivere la funzione di trasferimento come somma di frazioni semplici:

$$H(s) = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{s - p_i}$$

Se tutti i poli sono semplici (grado 1), C_i li trovo facendo il minimo comune multiplo e imponendo l'uguaglianza con A_0, A_1, \dots

Se $X=1$, ovvero ho in ingresso una $\delta(t)$, l'uscita $Y = H(s)$ e, nel dominio del tempo trovo l'antitrasformata.

$$X=1 \Rightarrow Y = H(s)$$

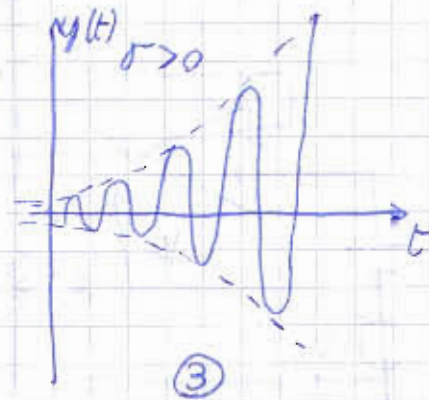
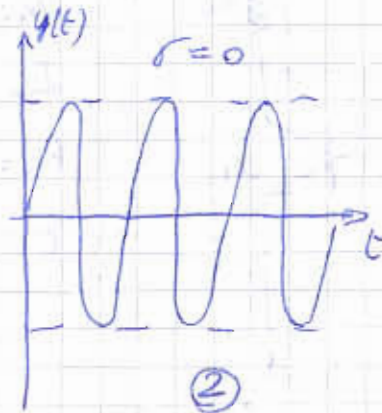
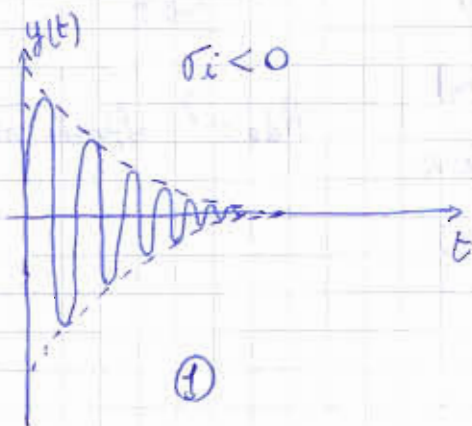
$$x(t) = \delta(t) \Rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}(H(s))$$

$$\mathcal{L}^{-1}(H(s)) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot e^{p_i \cdot t}$$

Applicando in ingresso una delta di Dirac, in uscita avrò una sommatoria di esponenziali complessi.

$$p_i = \sigma_i + j\omega_i$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(H(s)) = \sum_{i=1}^n C_i e^{\sigma_i t} \cdot \underbrace{e^{j\omega_i t}}_{\text{oscillazione (sin, cos)}}$$



Se esiste anche un polo σ_i tale che l'uscita ha un andamento come ② o ③, il sistema è instabile perché l'uscita non tenderà a 0 per $t \rightarrow \infty$.

STABILITÀ $\Leftrightarrow \sigma_i < 0 \quad \forall i$

ESEMPIO (di prima)

Abbiamo trovato:

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{-A_d}{1 - \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot A_d} = \frac{-A_0}{1 - \frac{s}{\omega_p} - \frac{R_1}{R_1+R_2} A_0}$$

Cerco il polo:

$$1 - \frac{s}{\omega_p} - \frac{R_1}{R_1+R_2} A_0 = 0 \Rightarrow p = \omega_p \left(\frac{R_1 A_0}{R_1+R_2} - 1 \right)$$

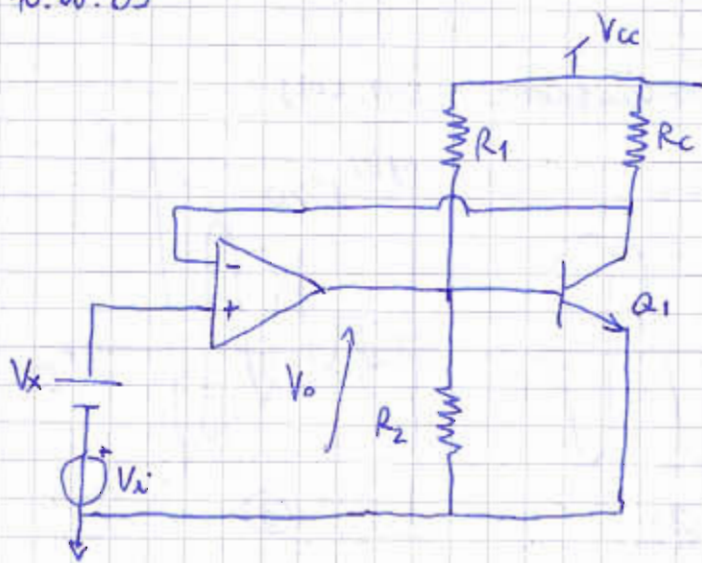
$$\text{STABILITÀ} \Leftrightarrow p < 0 \Leftrightarrow \frac{R_1 A_0}{R_1+R_2} < 1$$

stesso risultato di prima.

Esercizi STABILITÀ

18/11/09

10.06.09

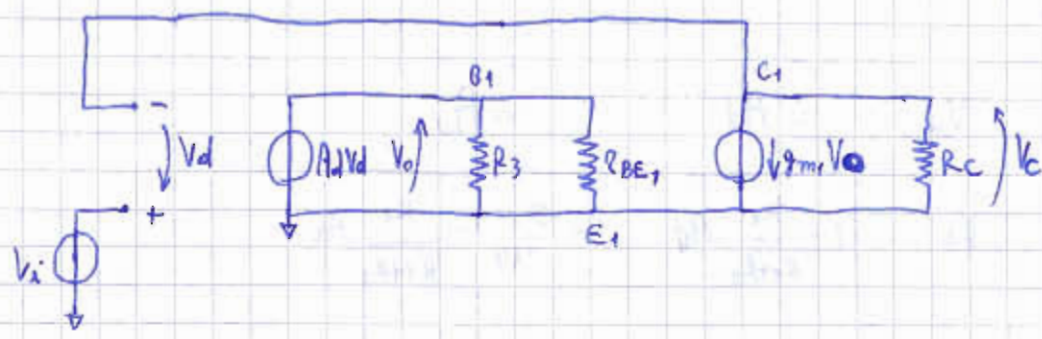


$V_{CC} = 10V$
 $V_x = 5V$
 $I_{CQ} = 10mA$
 $R_C = 500\Omega$
 $\tau = 10mS$

$A_d = \frac{A_{d0}}{1+s\tau}$
 $A_{d0} = ?$ affinché stabile

$A_v = \frac{V_o}{V_i}$ → denominatore = 0 → poli

Disegna il modello alle variazioni



$R_3 = R_1 // R_2$
 $V_{BE} = V_o$

$r_{BE1} = \frac{\beta V_{TH}}{I_{CQ}}$ $g_{m1} = \frac{I_{CQ}}{V_{TH}}$

$$\begin{cases} V_i - V_d - V_c = 0 \\ V_d = \frac{V_o}{A_d} \\ V_c = -g_{m1} V_o R_C \end{cases} \quad \begin{cases} V_i - \frac{V_o}{A_d} + g_{m1} V_o R_C = 0 \\ A_d = \frac{A_{d0}}{1+s\tau} \end{cases}$$

$$V_i - \frac{V_o \cdot (1 + s\tau)}{A_{d0}} + g_{m1} R_c V_o = 0$$

$$V_o \left(R_c g_{m1} - \frac{1 + s\tau}{A_{d0}} \right) = -V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A_v = \frac{1}{\frac{1 + s\tau}{A_{d0}} - g_{m1} R_c}$$

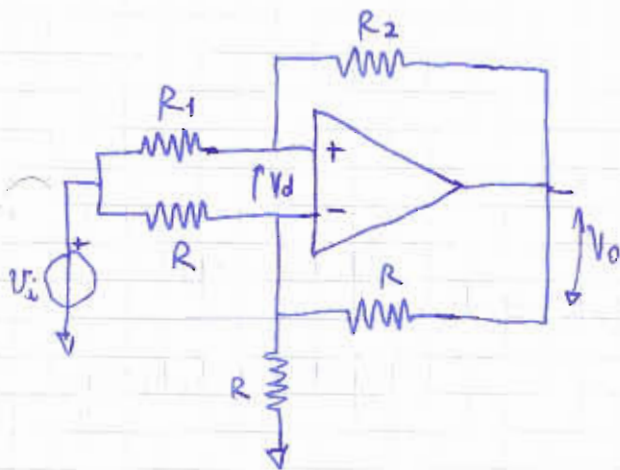
$$A_v = \frac{A_{d0}}{1 + s\tau - g_{m1} R_c A_{d0}}$$

abbiamo un solo polo

$$s_p = \frac{g_{m1} R_c A_{d0} - 1}{\tau} \in \mathbb{R} \text{ per la stabilità voglio che } \operatorname{Re}(s_p) = s_p < 0$$

$$g_{m1} R_c A_{d0} < 1 \quad A_{d0} < \frac{1}{g_{m1} R_c} \approx 5,2 \cdot 10^{-3}$$

14.01.2009



$$A_d = \frac{A_{d0}}{1 + s\tau} \quad \tau = 1 \mu\text{s} \quad A_{d0} = 10$$

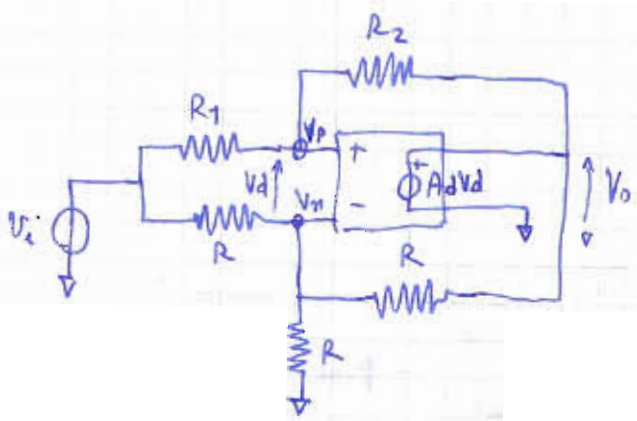
$$R = 11 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 33 \text{ k}\Omega$$

max(R1) che garantisce la stabilità

Assuma che l'operazionale lavori in regione di alto guadagno.

Considero come funzione di trasferimento $A_v = \frac{V_o}{V_i}$

Disegno il modello alle variazioni:



$$P: (V_p - V_i) G_1 + (V_p - V_o) G_2 = 0$$

$$N: (V_n - V_i) G + V_n G + (V_n - V_o) G = 0$$

$$V_p = V_n + V_d$$

$$V_d = \frac{V_o}{A_d}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_p = V_n + V_d \\ V_d = \frac{V_o}{A_d} \end{array} \right\} \rightarrow V_p = V_n + \frac{V_o}{A_d}$$

$$\left\{ \left(V_n + \frac{V_o}{A_d} - V_i \right) G_1 + \left(V_n + \frac{V_o}{A_d} - V_o \right) G_2 = 0 \right.$$

$$\left. \left(V_n - V_i \right) G + V_n G + \left(V_n - V_o \right) G = 0 \right.$$

$$\left\{ V_n (G_1 + G_2) + V_o \left(\frac{G_1}{A_d} - \frac{A_d - 1}{A_d} G_2 \right) = V_i G_1 \right.$$

$$\left. V_n \cdot 3G - V_o \cdot G = V_i G \right.$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow A_v = \frac{A_d (2G_1 - G_2)}{A_d G_1 + 3G_2 - 2G_2 A_d + 3G_1}$$

$$G_1 \rightarrow \frac{1}{R_1}$$

$$G_2 \rightarrow \frac{1}{R_2}$$

$$A_d \rightarrow \frac{A_{d0}}{1 + s\tau}$$

$$A_v = \frac{(R_1 - 2R_2) A_{d0}}{A_{d0} (R_2 - 2R_1) + 3(R_1 R_2) + 53\tau (R_1 + R_2)}$$

$$A_{d0} (R_2 - 2R_1) + 3(R_1 R_2) + 53\tau (R_1 + R_2)$$

Impongo den. = 0 per trovare il polo:

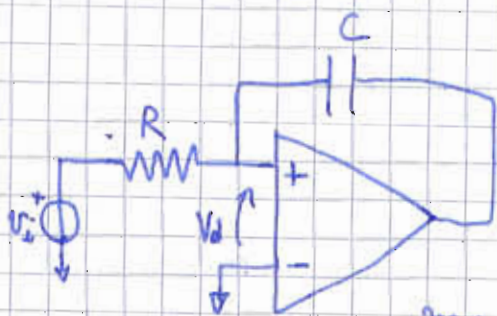
$$P = - \frac{A_{d0}(R_2 - 2R_1) + 3(R_1 + R_2)}{3\tau(R_1 + R_2)} < 0$$

$$N > 0 \quad A_{d0}(R_2 - 2R_1) + 3(R_1 + R_2) > 0$$

$$D > 0 \quad 3\tau(R_1 + R_2) > 0 \quad \Rightarrow R_1 > -R_2 \quad \dots$$

$$R_1 < \frac{(A_{d0} + 3)R_2}{2A_{d0} - 3} = 25,3 \text{ k}\Omega$$

17.09.2008

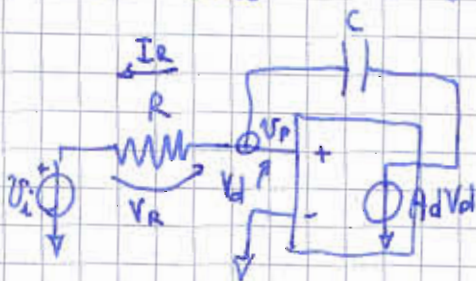


$$A_d = \frac{A_{d0}}{1 + s\tau} \quad A_d = \frac{V_o}{V_d} \quad A_{d0} > 0$$

$$\tau = 20 \text{ ms} \quad R = 100 \Omega \quad C = 1 \mu\text{F}$$

Min(A_{d0}) per cui il circuito è instabile.

Modello alle variazioni



$$V_p = V_i + I_e \cdot R \quad I_e = (V_o - V_i) \cdot \frac{1}{R + \frac{1}{sC}}$$

$$V_p = V_i + (V_o - V_i) \cdot \frac{sRc}{1 + sRc} \quad \text{ma} \quad V_p = V_m + V_d = V_m + \frac{V_o}{A_d} = \frac{V_o}{A_d}$$

$$\frac{V_o}{A_d} = V_i + (V_o - V_i) \cdot \frac{sRc}{1 + sRc} \quad V_o \left(\frac{1}{A_d} - \frac{sRc}{1 + sRc} \right) = V_i \left(1 - \frac{sRc}{1 + sRc} \right)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A_v = \frac{1 - \frac{S R E}{1 + S R C}}{\frac{1 + S C}{A_{d0}} - \frac{S R C}{1 + S R C}} = \frac{1}{1 + S R C} = \frac{A_{d0}}{\tau R C s^2 + [\tau + R C (1 - A_{d0})] s + 1}$$

POLI : 2

$$P_{1,2} = \frac{-[\tau + R C (1 - A_{d0})] \pm \sqrt{[\tau + R C (1 - A_{d0})]^2 - 4 \tau R C}}{2 \tau R C}$$

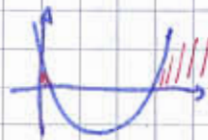
conoscendo tutto tranne A_{d0} .

$$= \begin{cases} \Delta < 0 & P_{1,2} = \alpha + j\beta \\ \Delta > 0 & P_{1,2} \text{ reali} \end{cases}$$

Studio pertanto il Δ : se < 0 , valuto solo ciò che sta fuori da $\sqrt{\quad}$.

$$\Delta = \tau^2 + R^2 C^2 (1 - A_{d0})^2 + 2 \tau R C (1 - A_{d0}) - 4 \tau R C \stackrel{\text{impongo}}{> 0}$$

trovo $a A_{d0}^2 + b A_{d0} + c > 0$



dati
 \downarrow
 $0 < A_{d0} < 172,5$
 $A_{d0} > 229,5$

Ora, se $\tau + R C (1 - A_{d0}) > 0$, i poli sono entrambi negativi perché $\sqrt{\Delta} < \tau + R C (1 - A_{d0})$.

Se $\tau + R C (1 - A_{d0}) < 0$, ovvero $A_{d0} > 201$, i poli sono positivi:



////// $\Delta > 0$

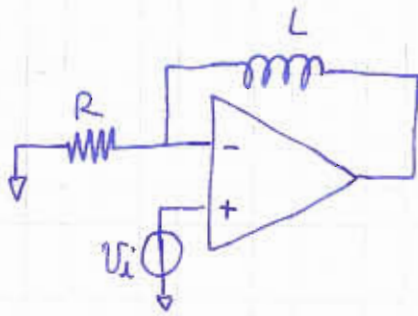
$$\Rightarrow \boxed{A_{d0} > 229,5}$$

Se $\Delta < 0$,
$$\frac{-[\tau + R C (1 - A_{d0})] \pm j \sqrt{|\Delta|}}{2 \tau R C} > 0 \Rightarrow -[\tau + R C (1 - A_{d0})] > 0$$

$$\boxed{A_{d0} > 201}$$

da cui, il valore minimo è $A_{d0} = 201 \cong 46 \text{ dB}$

ESERCIZIO



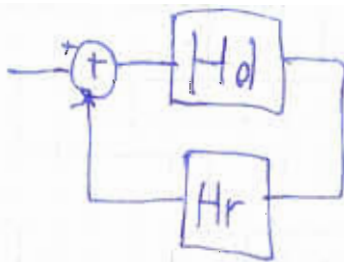
$\omega_p = 100 \text{ rad/s}$ POLO

$R = 1 \Omega$

$L = 10 \mu\text{F}$

Trovare A_{do} tale che margine di fase $MF = 45^\circ$
 ↓
 Bode

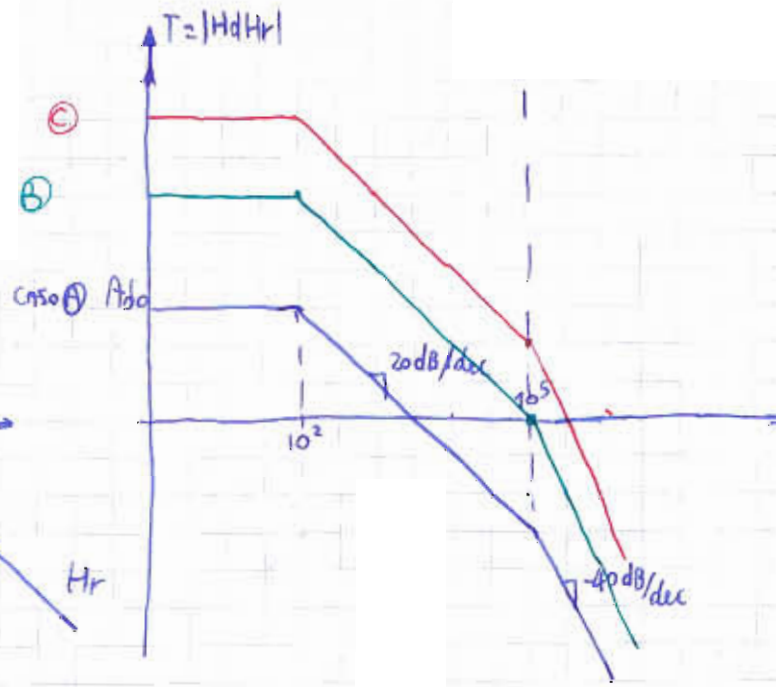
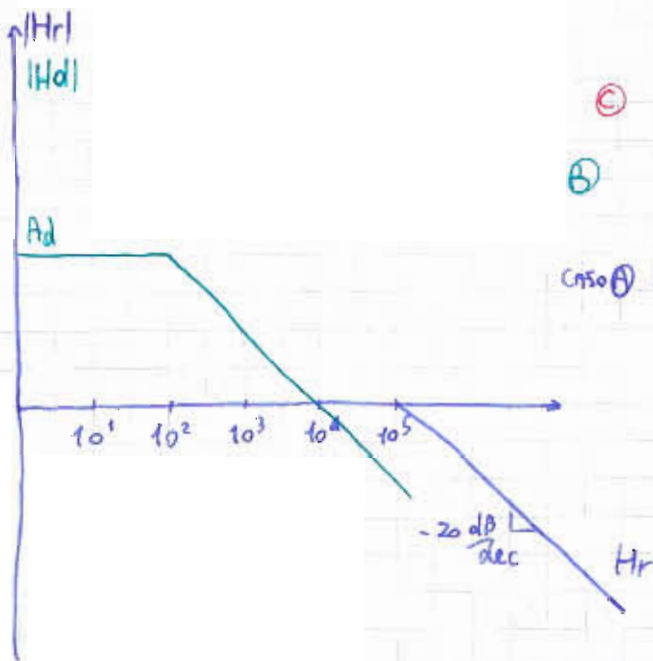
$$A_d = \frac{A_{do}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \xrightarrow{\text{Bode}} \frac{A_{do}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}}$$



$$H_d = A_d = \frac{A_{do}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}}$$

$$H_r = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}}$$

Perché vedo il circuito come un amplificatore operazionale non invertente dove al posto di R metto l'impedenza dell'induttanza $j\omega L$.



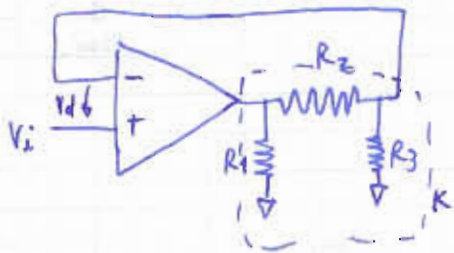
(A) $\rightarrow MF > 45^\circ$

(C) $\rightarrow MF < 45^\circ$

(B) $\angle H_d H_r(\omega_p) = -135^\circ \rightarrow MF = 45^\circ$

Ado tale che caso © vogliamo contare le decadi che attraversiamo
 Considerando che la pendenza è 20 dB/decade e che salgo per
 3 decadi, $A_{do} = 60 \text{ dB}$.

06.02.2008

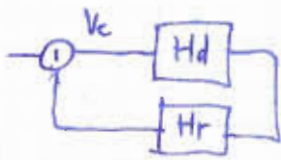


$$A_d = \frac{A_{d\phi}}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)}$$

trovare MF dati:

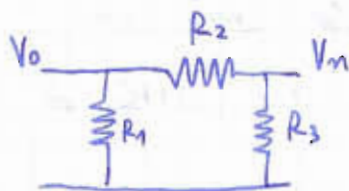
$$A_{d\phi} = 120 \text{ dB} \quad \omega_{p1} = 10 \text{ rad/s} \quad \omega_{p2} = 1000 \text{ rad/s}$$

$$R_1 = 37 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 45 \Omega \quad R_3 = 5 \text{ k}\Omega$$



$$V_c = V_i - V_o H_r$$

In questo caso $V_d = V_i - V_o \cdot K$

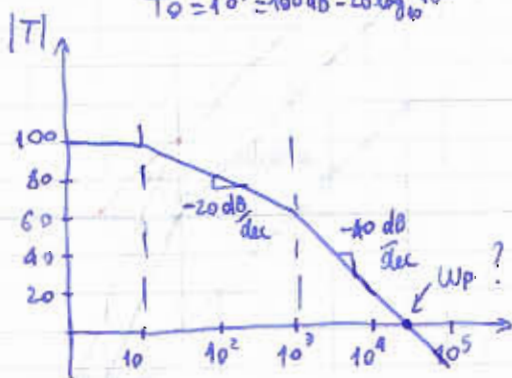


$$H_r = \frac{V_n}{V_o} = \frac{R_3}{R_3 + R_2} \approx 0,1$$

essendo $R_0 \approx 0$, passa tutto.

$$H_d H_r = A_{do} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot \frac{1}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)}$$

$T_0 = 10^5 = 100 \text{ dB} = 20 \log_{10} 10^5$



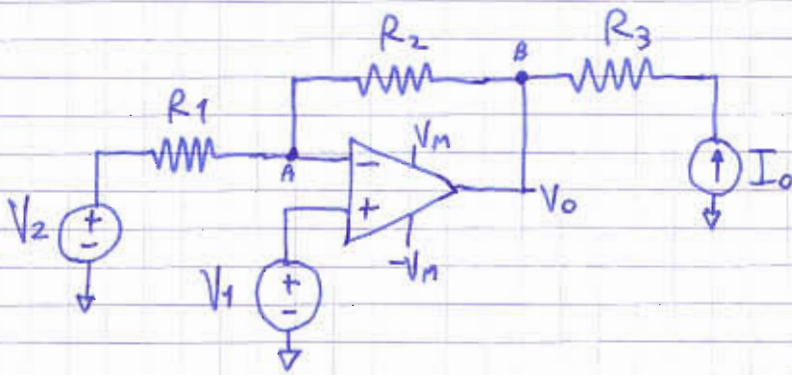
$$|T(\omega_p)| = 1 \quad |T| = T_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)^2\right]}} = 1$$

Geometrica !! : $\omega_{p1} \ll \omega_{p2} \ll \omega_T$

$$|T| = T_0 \cdot \frac{1}{\frac{\omega_T}{\omega_{p1}} \cdot \frac{\omega_T}{\omega_{p2}}} = 1 \quad \frac{T_0 \omega_{p1} \omega_{p2}}{\omega_T^2} = 1 \quad \omega_T \approx 3,16 \cdot 10^4$$

$$\angle T(\omega_T) = -\arctg \frac{\omega_T}{\omega_{p1}} - \arctg \frac{\omega_T}{\omega_{p2}} = -178^\circ$$

ES. 7 09/01/07



- $V_1 = 1V$
- $V_2 = 0,25V$
- $R_1 = 1,5K\Omega$
- $R_2 = 5,5K\Omega$
- $R_3 = 1,5K\Omega$
- $I_o = 0,75mA$
- $V_M = 10V$
- $V_o = ?$

Suppongo l'operazionale ideale:

1) $A_d = \infty \Rightarrow V_d = V^+ - V^- \approx 0$ CORTO CIRCUITO VIRTUALE

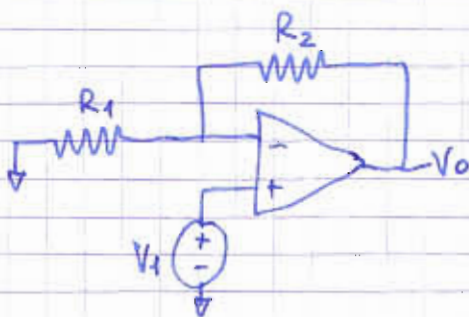
2) $R_{in} = \infty$

Non conoscendo nessuna legge per la corrente di uscita, non considero il nodo B.

Applico la sovrapposizione degli effetti sulla maglia d'ingresso.

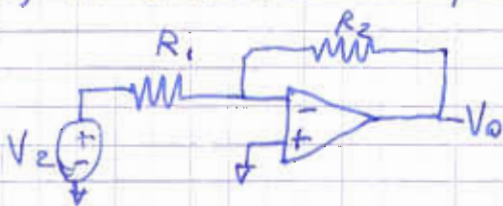
- 1) V_2 cortocircuitato \Rightarrow solo V_1
 I_o aperta

L'amplificatore diventa non invertente:



$$A_v = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow V_o' = V_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 4,667V$$

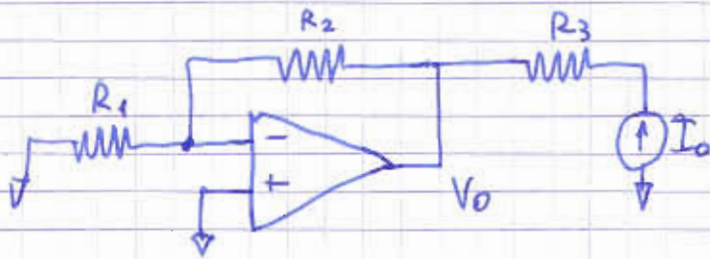
- 2) V_1 cortocircuitato, I_o aperta \Rightarrow solo V_2



Configurazione
invertente

$$A_v = -\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow V_0'' = V_2 \left(-\frac{R_2}{R_1} \right) = -0,917 V$$

3) annulla V_1 e V_2 , tengo I_0 :



Essendo valido il corto circuito virtuale:

$$V^+ = V^- \text{ ma } V^+ = 0 \Rightarrow V^- = 0 \Rightarrow I_1 = 0$$

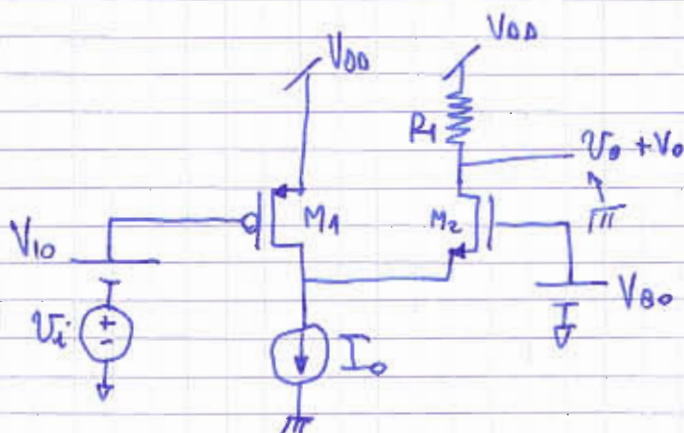
Non potendo scorrere corrente nel morsetto - dell'operazionale neanche su R_2 scorre corrente.

$$\text{Pertanto, } V_0'' = 0 V$$

Giungo ai vari contributi:

$$V_0 = V_0' + V_0'' + V_0''' = 3,75 V$$

ES. 8 06/09/06



$$g_{m1} = 45 \text{ mS}$$

$$g_{m2} = 25 \text{ mS}$$

$$r_{ds1} = 50 \text{ k}\Omega$$

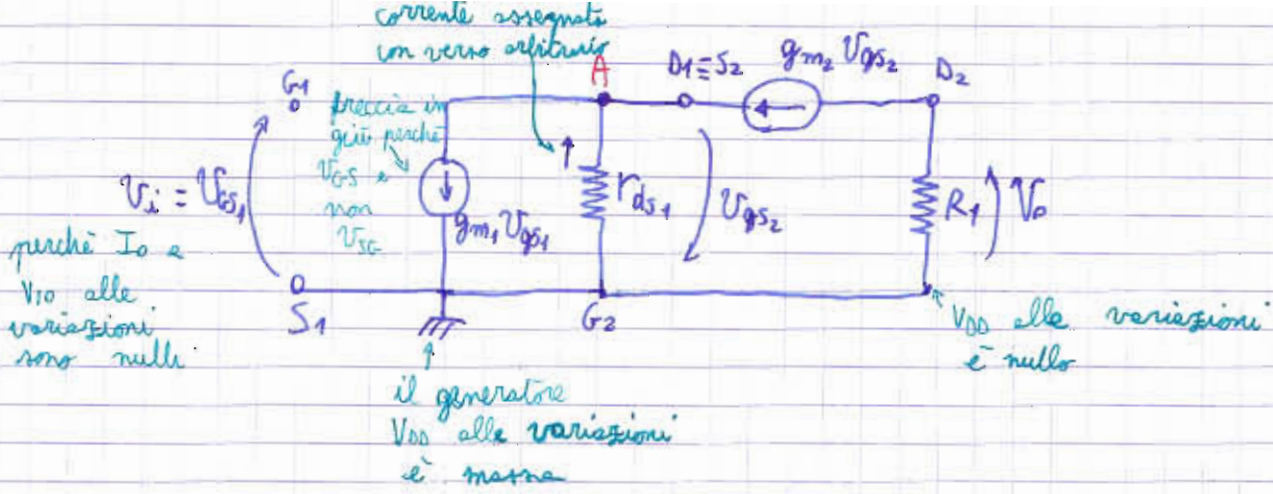
$$R_1 = 0,5 \text{ k}\Omega$$

$$A_v^{LF} = \frac{v_o}{v_i} = ? \quad \text{bassa frequenza}$$

no effetti reattivi

I_0 non utile ai fini dell'esercizio

Disegno il circuito a piccoli segnali. Parto dall'elemento che sembra centrale: M_1 .



Parto dal nodo A.

$$g_{m1} V_i - V_{gs2} g_{ds1} - g_{m2} V_{gs2} = 0$$

Considero ora il nodo D2

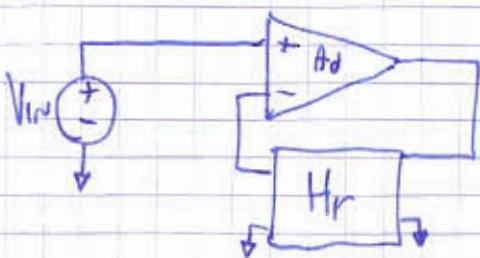
$$g_{m2} V_{gs2} + V_o G_1 = 0$$

Ora ho due equazioni in due incognite V_{gs2} e V_o :

$$\begin{cases} g_{m1} V_i - V_{gs2} g_{ds1} - g_{m2} V_{gs2} = 0 \\ g_{m2} V_{gs2} + V_o G_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow V_o \left[G_1 + \frac{g_{ds1}}{g_{m2}} G_1 \right] = -g_{m1} V_i$$

$$A_{ov} = \frac{V_o}{V_i} = - \frac{g_{m1}}{G_1 \left(1 + \frac{g_{ds1}}{g_{m2}} \right)} = -22,48$$

ES. 2 18/09/07



$$A_d(s) = \frac{A_{d0}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_0}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)}$$

$$H_r(s) = \frac{H_{r0}}{1 + \frac{s}{\omega_3}}$$

$$|A_{d0}| = 120 \text{ dB}$$

$$A_{d0} > 0$$

$$\omega_0 = 0,1 \text{ krad/s}$$

$$\omega_1 = 10 \text{ krad/s}$$

$$\omega_3 = 1 \text{ Mrad/s}$$

$$H_{r0} = ? \quad PM = 45^\circ$$

0

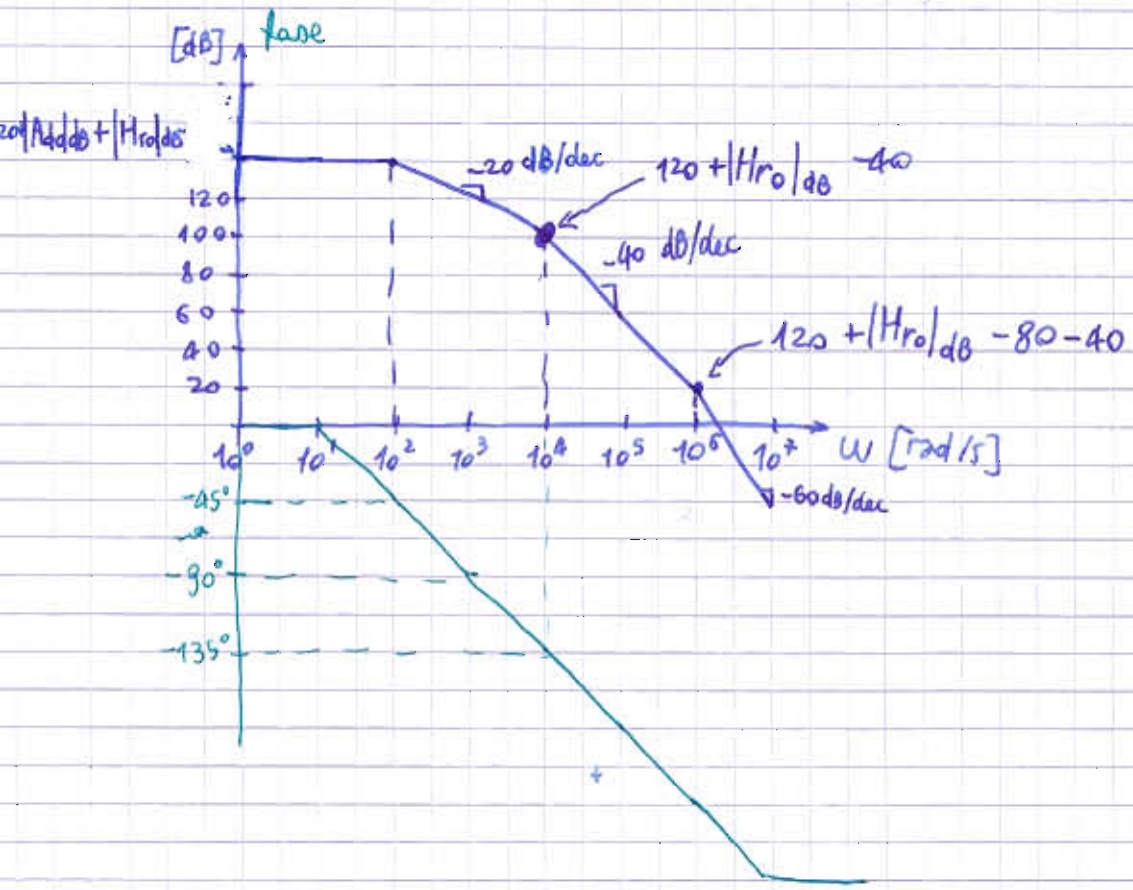
GUARDAGNINO DI ANELLO

$$H_d H_r = \frac{A_{d0} H_{r0}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_0}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_3}\right)}$$

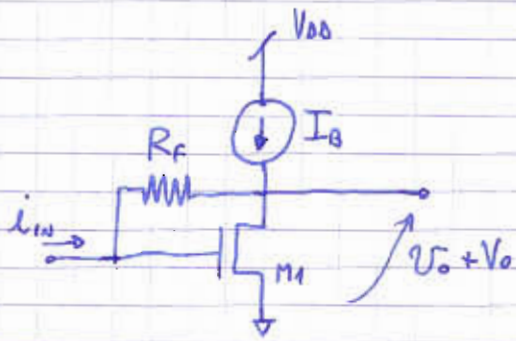
Calcolo il modulo usando le approssimazioni

$$\left|H_d H_r\right|_{dB} = \left|A_{d0}\right|_{dB} + \left|H_{r0}\right|_{dB}$$

Disegno il diagramma di Bode



Per avere margine di fase 45° , voglio che la fase sia -135° (punto di mezzo) quindi che il modulo si annulli nel •
 cioè $120 + |H_{r0}|_{dB} - 40 = 0 \Rightarrow |H_{r0}|_{dB} = -80$ dB



$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M_1} = 1000$$

$$\mu_{eff} C_{ox} = 120 \mu A/V^2$$

$$V_T = 0,6 V$$

$$R_F = 100 \Omega$$

$$C_{gs} = 0,8 pF$$

$$C_{gd} = 0,1 pF$$

$$f_T = 25 GHz$$

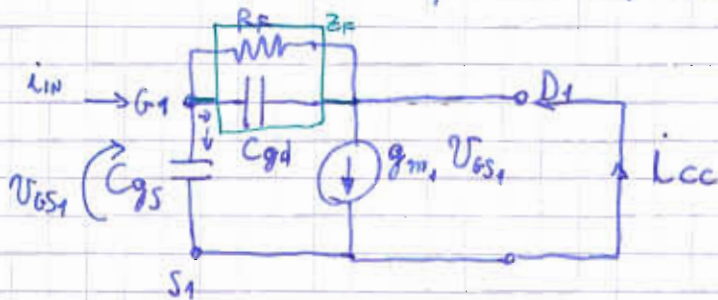
$$I_B = ? \text{ tale che}$$

$$A_I^{cc}(f_T) = 1.$$

$$A_I^{cc} = \frac{i_{cc}}{i_{in}}$$

Sono in condizioni di corto circuito: $V_o = 0$

Disegno il circuito ai piccoli segnali:



Calcolo $Z_F = R_F // C_{gd} \Rightarrow Z_F(s) = \frac{1}{\frac{1}{R_F} + \frac{1}{1/sC_{gd}}}$

$$G1: \begin{cases} i_{in} - \frac{V_{GS1} - V_o}{Z_F} - \frac{V_{GS1}}{1/sC_{gs}} = 0 \end{cases}$$

$$D1: \begin{cases} i_{cc} + \frac{V_{GS1} - V_o}{Z_F} - g_{m1} V_{GS1} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A_I^{cc}(s) = \frac{i_{cc}}{i_{in}} = \frac{g_{m1} R_F - 1 - s R_F C_{gd}}{1 + s R_F (C_{gd} + C_{gs})}$$

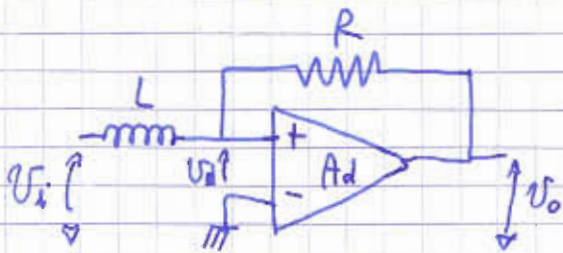
Passo al dominio delle pulsazioni e calcolo il modulo

$$|A_I^{cc}(j\omega_T)| = 1 \Rightarrow \text{ricavo } g_m \text{ tale per cui } A_I^{cc}(f_T) = 1.$$

$$g_m = \sqrt{2 \mu_{eff} C_{ox} \frac{W}{L} I_D} \rightarrow \text{calcolo } I_D$$

$I_D = I_B$ perché a riposo $i_{in} = 0$ e su R_F non c'è corrente.

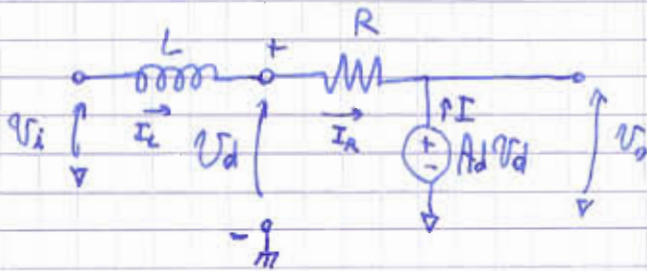
Ad? affinché sia stabile



Studio la funzione di trasferimento dell'intero sistema. Analizzo il luogo delle radici verificando che i poli siano a parte reale negativa.

$$V_o = V_d \cdot A_d$$

Non vale il corto circuito virtuale perché non è detto $A_d = \infty$. Posso però considerare $R_{in} = \infty$ e $R_o = 0$ perché non specificato diversamente.



$$I_L = I_R - I$$

$$\begin{cases} V_i - sLI - RI - A_d V_d = 0 \\ V_d - RI - A_d V_d = 0 \\ A_d V_d = V_o \end{cases} \quad \text{3 equazioni in 3 incognite}$$

$$A_{tr} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A_d R}{(R + sL)(1 - A_d) + A_d R}$$

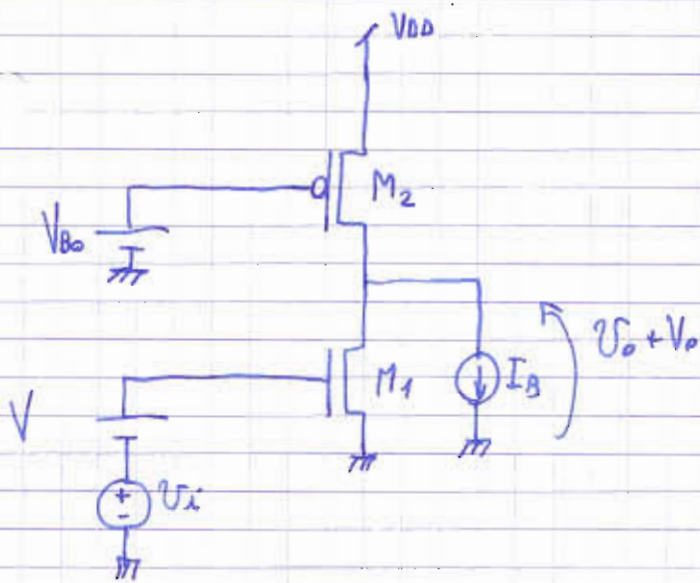
Trovo i poli: annullo il denominatore

$$(R + sL)(1 - A_d) + A_d R = 0 \quad s = \left(\frac{-A_d R}{1 - A_d} - R \right) \frac{1}{L} = - \frac{R}{L(1 - A_d)}$$

POLO REALE ↑

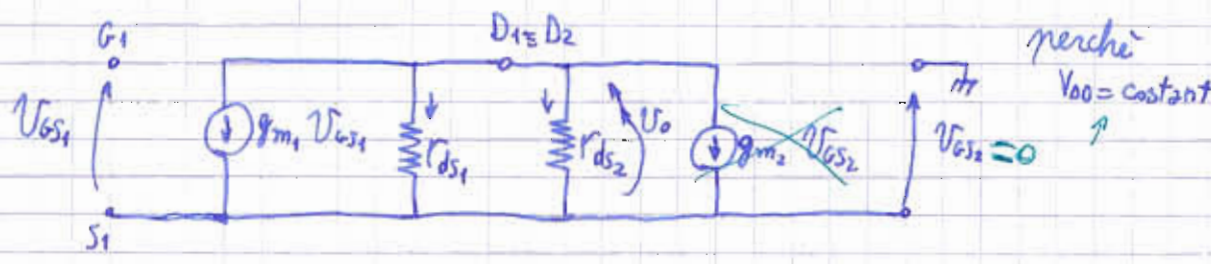
$$1 - A_d > 0 \Rightarrow \boxed{A_d < 1}$$

dove essere negativo



$I_{D10} = 500 \mu A$
 $\left(\frac{W}{L}\right)_{M1} = 25$
 $K'_n = 100 \mu A/V^2$
 $\lambda_1 = 0,03 V^{-1}$
 $\lambda_2 = 0,01 V^{-1}$
 $I_0 = ?$ tale che $A_v = -60$

Disegna il circuito a piccoli segnali:



$$D_1: \begin{cases} g_{m1} V_{GS1} + V_o g_{DS1} + V_o g_{DS2} = 0 \\ V_{GS1} = V_i \end{cases}$$

$$V_o (g_{DS1} + g_{DS2}) = -g_{m1} V_i \quad A_v = \frac{V_o}{V_i} = - \frac{g_{m1}}{g_{DS1} + g_{DS2}}$$

$$g_{m1} = \sqrt{2 \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} I_{D10}} = 1,58 mS$$

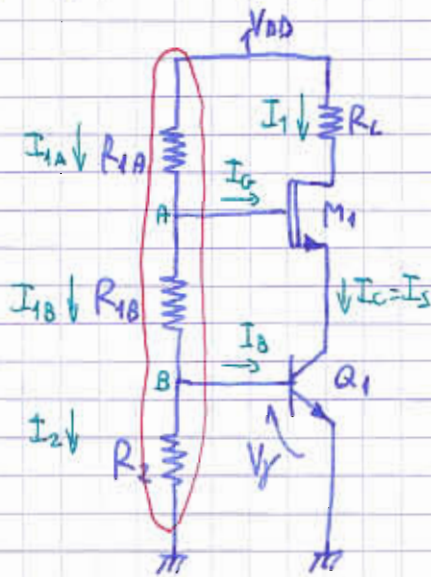
$$g_{DS1} = \lambda_1 I_{D10} = 15 \mu S$$

$$+60 = + \frac{g_{m1}}{g_{DS1} + g_{DS2}} \Rightarrow g_{DS2} = 11,3 \mu S$$

$$g_{DS2} = \lambda_2 I_{D20} \Rightarrow I_{D20} = \frac{11,3 \mu S}{0,01} = 1,13 mA$$

$$I_{D20} = I_{D10} + I_B \Rightarrow I_B = I_{D20} - I_{D10} = 635 \mu A$$

ES. 2 11/01/06



$$V_{DD} = 5V$$

$$V_{th} = 1V$$

$$R_{1A} = 44K\Omega$$

$$\mu_n C_{ox} = 100 \mu A/V^2$$

$$R_{1B} = 36K\Omega$$

$$R_2 = ?$$

$$R_L = 1K\Omega$$

$$\beta_F = 80$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{M_1} = 50$$

$$I_C = 2mA$$

Hp: BJT AD $\Rightarrow V_{BE} = V_Y = 0,7V$

MOS SAT.

corrente mos gate

$$A: I_{1A} = I_G + I_{1B}$$

$$B: I_{1B} = I_B + I_2$$

$$Hp: I_B = \frac{I_C}{\beta_F}$$

$$Hp: I_2 = \frac{V_Y}{R_2}$$

maglia: $V_{DD} = R_{1A} I_{1A} + R_{1B} I_{1B} + R_2 I_2$

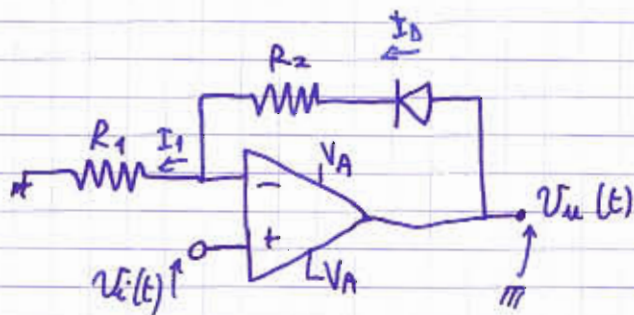
$$I_{1A} = I_{1B}$$

$$I_{1B} = \frac{I_C}{\beta_F} + \frac{V_Y}{R_2}$$

$$V_{DD} = R_{1A} I_{1A} + R_{1B} I_{1B} + R_2 I_2$$

$$V_{DD} = (R_{1A} + R_{1B}) \left(\frac{I_C}{\beta_F} + I_2 \right) - V_Y \rightsquigarrow I_2 = 28,75 mA$$

$$R_2 = \frac{V_Y}{I_2} = 24,3 K\Omega$$



$\bar{V}_u = ?$ medio

$V_i(t) = V_m \sin \omega t$

In generale, con i circuiti con il diodo, ipotizzo D on e poi alla fine verifico le ipotesi. Quando il diodo è on, lo sostituisco con un generatore di tensione V_Y . La corrente sarà dettata dal resto del circuito.

Suppongo l'amplificatore ideale: $V_o = V_d A_d$, $A_d = \infty \Rightarrow V_d = 0$
 $R_{IN} = \infty$ nei 2 morsetti non entra corrente
 $R_o = 0$ inutile in questo esercizio.

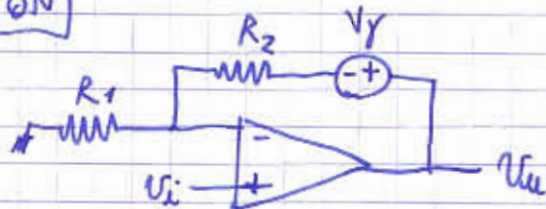
$V^- = V^+ = V_i(t) \Rightarrow I_1(t) = \frac{V^-}{R_1} = \frac{V_i(t)}{R_1}$ ma $I_1 = I_0$

D ON $i_0 \geq 0$ $V_i(t) \geq 0 \Rightarrow i_0 \geq 0$ D ON

D OFF $i_0 = 0$ $V_i(t) < 0 \Rightarrow i_0 = 0$ D OFF

\rightarrow non è possibile $i_0 < 0$

D ON



$R_1 I_1 + R_2 I_0 + V_Y - V_u(t) = 0$ ma $I_1 = I_0 = \frac{V_i}{R_1}$

$V_i(t) + \frac{R_2}{R_1} V_i(t) + V_Y - V_u(t) = 0$

$V_u(t) = V_Y + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_i(t)$

D OFF

diodo circuito aperto $I_0 = 0 = I_1 \Rightarrow V^- = 0$

$V^+ = V_{IN} \neq 0$

$V_d = V_i(t) - 0 < 0$ viola il c.c.v.

\Rightarrow amplificatore in SAT $\Rightarrow V_d < 0 \Rightarrow V_d = -V_A$



$$v_u(t) = -V_A$$

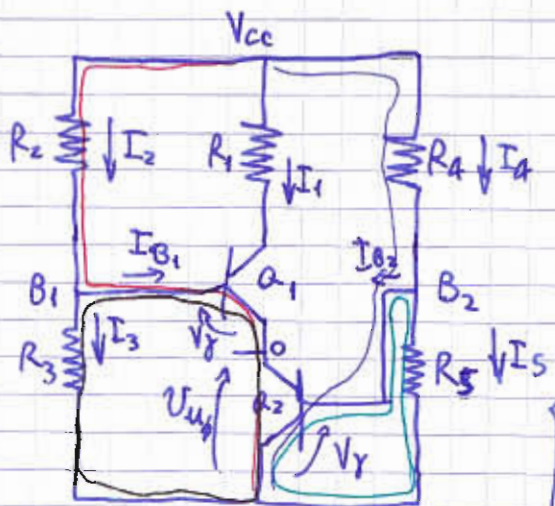
$$\overline{v_u} = \text{valore medio di un segnale periodico} = \frac{1}{T} \int_0^T v_u(t) dt = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi} \left(V_Y + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_i(t) \right) dt + \int_{\pi}^{2\pi} -V_A dt \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi} \left(V_M \sin \omega t \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + V_Y \right) dt + \int_{\pi}^{2\pi} -V_A dt \right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\left(-V_M \cos \omega t \right)_0^{\pi} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \left(V_Y \cdot \omega t \right)_0^{\pi} - 2\pi V_A + \pi V_A \right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[V_M \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + V_M \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \pi V_Y - \pi V_A \right] = 1,35 V$$

ES 2



Hp: BJT in AD: $V_B = V_Y$

$$\left. \begin{array}{l} B_1: I_2 = I_3 + I_{B1} \\ B_2: I_4 = I_5 + I_{B2} \\ O: I_{E1} = I_{C2} \text{ cioè } (\beta+1) I_{B1} = \beta I_{B2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \text{ incognite} \\ 3 \text{ eq.} \\ \Downarrow \\ \text{aggiungo} \\ 3 \text{ eq.} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} C: R_3 I_3 - V_Y - v_{U\phi} = 0 \\ D: V_{cc} - R_2 I_2 - V_Y - v_{U\phi} = 0 \\ E: R_5 I_5 - V_Y = 0 \\ F: V_{cc} - R_4 I_4 - V_Y = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ho aggiunto} \\ v_{U\phi} \text{ come} \\ \text{incognita} \Rightarrow +1 \text{ eq.} \end{array}$$

SCORCIATOIA

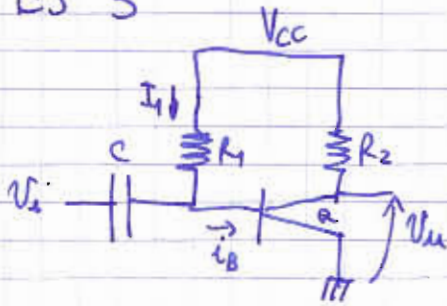
$$I_5 = \frac{V_Y}{R_5} \quad I_4 = \frac{V_{cc} - V_Y}{R_4}$$

$$I_{B2} = I_4 - I_5 \quad I_{C2} = \beta I_{B2} = I_{E1} = (\beta+1) I_{B1}$$

$$I_{B1} = \frac{\beta I_{B2}}{\beta+1} \quad I_{B1} = I_2 - I_3$$

$$I_{B1} = \frac{V_{CC} - V_{\gamma} - V_{U0}}{R_2} - \frac{V_{U0} + V_{\gamma}}{R_3} \quad \text{da cui ricavare } V_{U0} =$$

ES 3



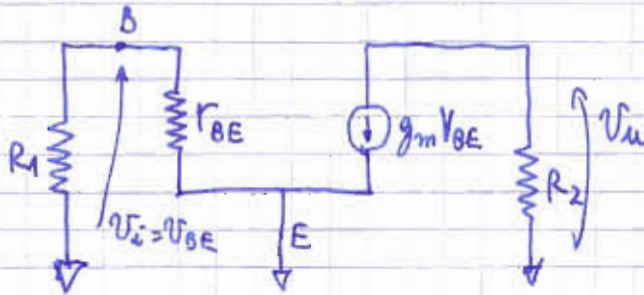
$$A_v = \frac{v_u}{v_i} @ 400 K$$

Hp: a A.D. $V_{BE} = V_{\gamma}$

Centro banda: ignora C.

$$I_{B0} = I_1 = \frac{V_{CC} - V_{\gamma}}{R_1} \quad I_{C0} = \beta I_{B0} \quad r_{BE} = \frac{V_T}{I_{B0}} = \frac{K T}{q I_{B0}}$$

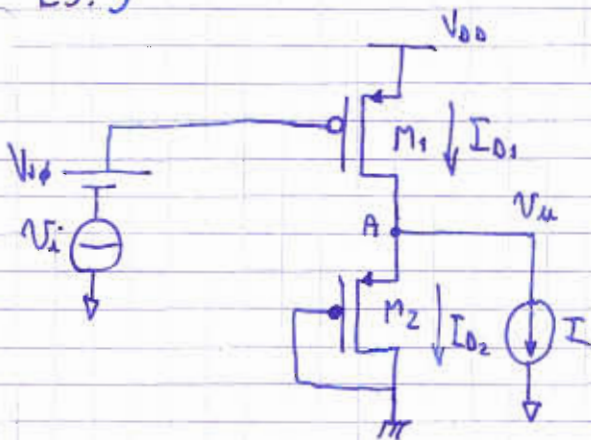
$$g_m = \frac{I_{C0}}{V_T} = \frac{q \beta I_{B0}}{K T} \quad \text{oppure} \quad V_T = V_{T@300K} \cdot \frac{T_1}{300}$$



$$v_u = -g_m v_{BE} R_2 \quad \text{ma } v_{BE} = v_i$$

$$A_v = -g_m R_2$$

ES. 5



$$A_v | \text{centro banda} = ?$$

Hp: MOS SAT.

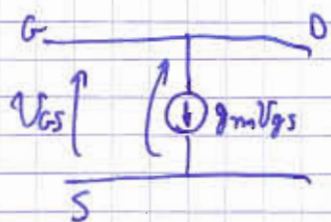
$$I_D = \frac{\beta}{2} (V_{SG0} - |V_{TP}|)^2 \quad \beta = \mu C_{ox} \frac{W}{L}$$

il riposo c'è solo V_{i0} .

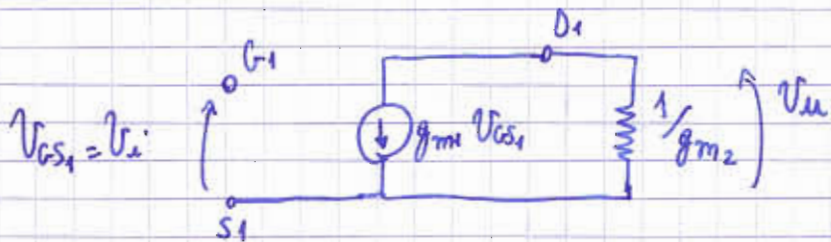
$$I_{D01} = \frac{\beta}{2} (V_{DD} - V_{i0} - |V_{TP}|)^2$$

$$I_{D01} = I + I_{D02} \quad \rightarrow \quad I_{D02} = I_{D01} - I$$

Considero M_2 :

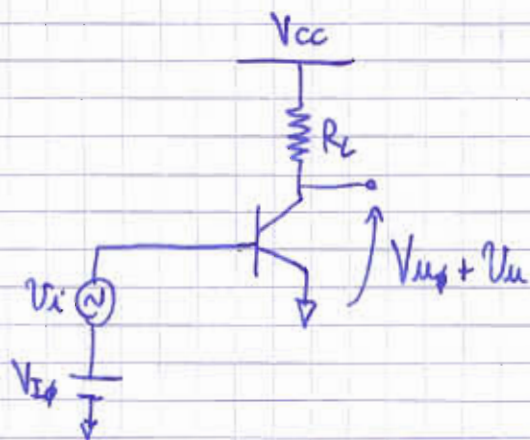


il un transistoro connesso a diodo sostituirlo una resistenza $1/g_m$.



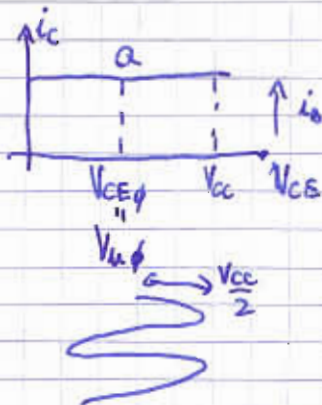
$$v_u = \frac{1}{g_{m2}} \cdot (-g_{m1} v_{gs1}) \Rightarrow -\frac{g_{m1}}{g_{m2}} = A_{v1}$$

E54



Calcolare V_{CC} tale che $\eta = \max$ e $P_{utile} = 4W$

Classe A: BJT sempre ON.



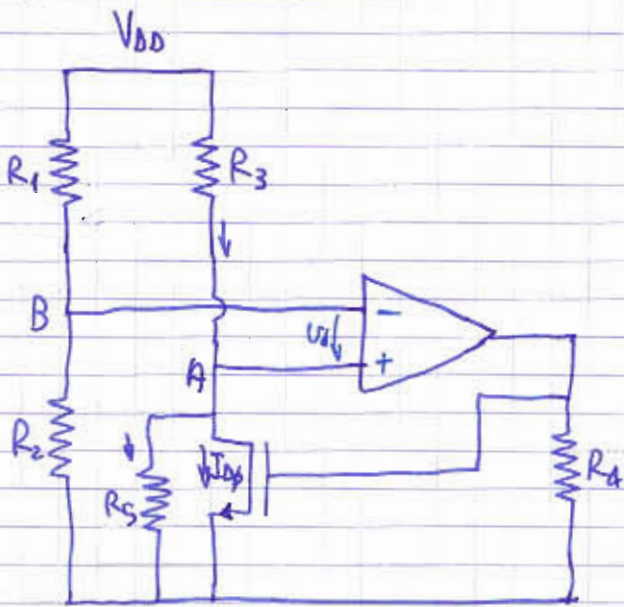
Voglio a el centro per massimizzare il rendimento.

$$V_{u\phi} = \frac{V_{CC}}{2} \quad V_{u_m} = \frac{V_{CC}}{2}$$

$$P_{utile} = \frac{V_{eff}^2}{R} = \frac{\left(\frac{V_{u_m}}{\sqrt{2}}\right)^2}{R_L} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{CC}^2}{8R_L} = P_{utile} \Rightarrow V_{CC} =$$

ES 6



$I_{D0} = ?$

Hip: OP-AMP. IDEALE H.G.

$$\begin{cases} A_d = \infty & \text{CCV} \\ R_i = \infty \\ R_o = 0 \end{cases}$$

Hip: MOS SAT.

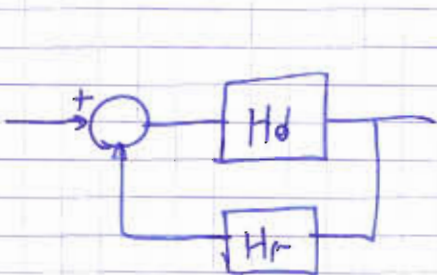
$$\begin{cases} I_{D0} = I_3 - I_5 \\ I_1 = I_2 \\ V_{DD} - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \\ V_{DD} - R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0 \\ R_2 I_2 + \frac{V_d}{\mu_0} - R_5 I_5 = 0 \end{cases}$$

Oppure, la scorciatoia è allora

$$V_B = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \stackrel{\text{CCV}}{=} V_A$$

$$\frac{V_{DD} - V_A}{R_3} = I_{D0} + \frac{V_A}{R_5} \rightarrow I_{D0} =$$

ES. DIAGRAMMI BODE



$$H_r(jf) = \frac{H_{r0} (1 + j \frac{f}{f_z})}{1 + j \frac{f}{f_{p3}}}$$

$$H_d(jf) = \frac{H_{d0}}{(1 + j \frac{f}{f_{p1}})(1 + j \frac{f}{f_{p2}})}$$

- $H_{r0} = 10^{-1}$
- $H_{d0} = 10^5$
- $f_{p1} = 10 \text{ Hz}$
- $f_{p2} = 1 \text{ MHz}$
- $f_{p3} = 10 \text{ Hz}$
- $f_z = ?$
- $\text{MF} = 45^\circ$

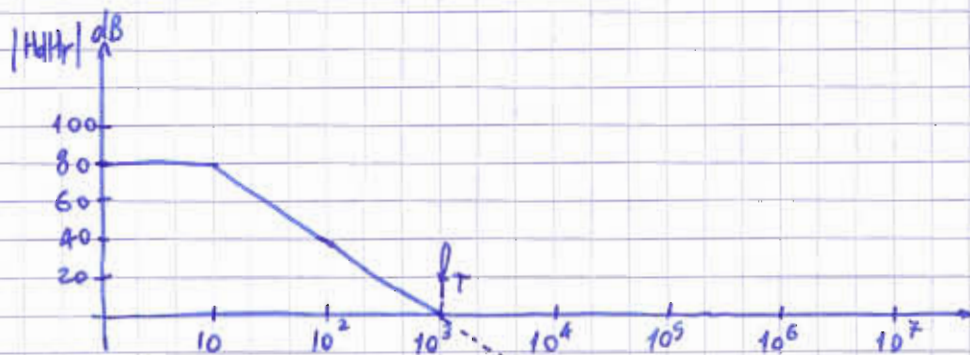
Analizza il guadagno di anello $H_d \cdot H_r$.

Traccia il diagramma di Bode di modulo e fase.

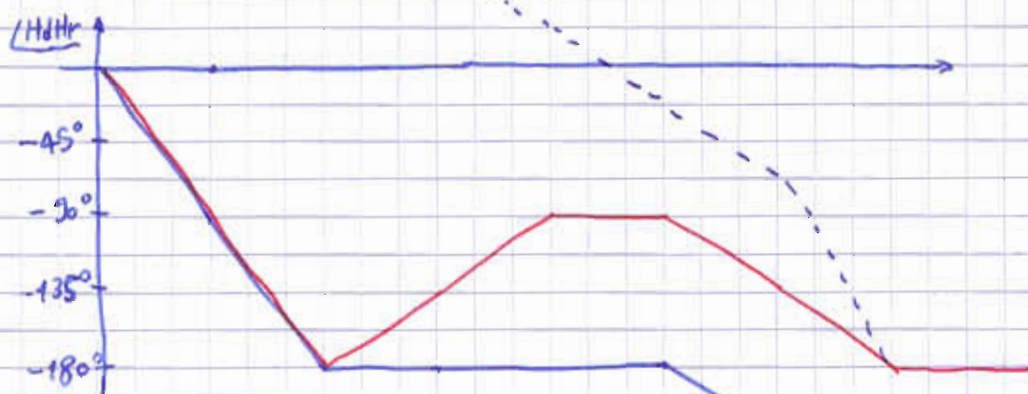
Usa approssimazione asintotica

$$H_d(jf) \cdot H_r(jf) = \frac{H_{d0} H_{r0} (1 + j \frac{f}{f_z})}{(1 + j \frac{f}{f_{p1}}) (1 + j \frac{f}{f_{p2}}) (1 + j \frac{f}{f_{p3}})}$$

Traccio i due diagrammi per modulo e fase in asse logaritmica.



Uso sempre questi valori negli assi.



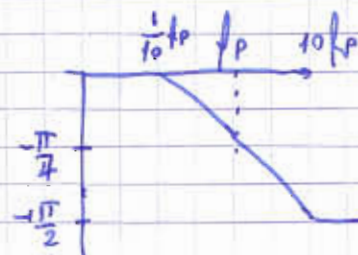
Il margine di fase è la differenza tra la fase e 180° in corrispondenza della frequenza di transizione f_T .

$$H_{r0} = 10^{-1} = -20 \text{ dB}$$

$$H_{d0} = 10^5 = 100 \text{ dB}$$

Ogni polo dà un contributo di -90° alla fase.

Ogni zero dà un " " di $+90^\circ$ alla fase



Considero $f_z = \infty$ (ignoro) per disegnare il diagramma di Bode con i dati che ho.

Parto da $H_{d0} - H_{r0} = 80 \text{ dB}$.

In 10 Hz ho doppio contributo (p_1 e p_3)

Voglio che in f_T la fase $\angle H_d H_r(f_T)$ valga $180^\circ - MF = 135^\circ$.

Posizioni quindi f_2 in f_1 . Nel diagramma delle fasi erro: ~~10~~

Se l'incognita fosse stata H_{ro} partirei da $H_{do} - H_{ro}$
 \uparrow
nota

